

OLASILIK KURAMI VE ŞANS OYUNLARI

Bilimsel pek çok kavram, içinde yer aldığı kuramda kesin ifadeli olarak tanımlanır. Bunun aksine olasılık, genellikle rasgele, belirsiz, hatta bazen göz ardı edilen kavramlarla iç içe olduğu için midir bilinmez, kesin ve tam değilmiş gibi görünür bizlere. Bu nedenle de bilimsellikten uzaktır diye düşünürüz bazen. Oysa, olasılık kuramı da her bilimsel disiplin gibi kesin bir bilimdir ve bütün sonuçları tutarlı temel prensiplerle ortaya çıkar. Tabii ki konu olasılık hesabı olunca kesin sözcüğü anlamsız görünüyor. Bu ifadeden anlatılmak istenen, en basit haliyle şöyle açıklanabilir: "Atılan bir tavla zarı 1/6 olasılıkla 3 gelecektir" cümlesi olasılık kuramı açısından doğru ve belirli bir ifadedir.

Rasgelelik

Olasılık kuramının temel işlevi rasgele olayları çözümlemektir. Rasgelelik hiçbir kurala bağlı olmamaktır. Örneğin, π sayısının basamakları hiçbir sayı dizisi kuralına uymaz, tamamen rasgele dizilmiş sayılar:

3,1415926535897932384626433
832795028841971.....

Herhangi bir kurala uymamanın doğal bir gereği olarak, rasgele bir olayın sonucu, gerçekleşmeden bilinemez. Ama sonuç, olması muhtemel birkaç olaydan biridir. π sayısının sıradaki 41. basamağının 10 farklı rakamdan biri olabileceği gibi... Gelin şimdi bu kuramı daha yakından tanıyabilmek için, doğruluğa yaklaşım derecesini ölçen olasılık fonksiyonunun ne olduğuna ve nasıl hesaplandığına dair bilgilerimizi tazeleyelim.

Olasılık Fonksiyonu

Rasgele bir olayın gerçekleşebileceği bütün sonuçların oluşturduğu kümeye örneklem uzay denir. Örneklem uzayımızın eleman sayısı N olsun. Bu kümeden, olayın gerçekleşmesini iste-

diğimiz sonuçları alalım yani istediğimiz n tane elemanı seçip bir alt küme oluşturalım (ki bu $n \leq N$ demek). Rasgele olayın seçtiğimiz durumlardan biri ile sonuçlanması olasılığı, tercihlerimizin sayısının toplam eleman sayısına oranı olarak tanımlanır ve şöyle hesaplanır:

$$P = \frac{n}{N}$$

Ve $0 \leq n \leq N$ olduğundan, olasılık fonksiyonu 0 ile 1 arasında değerler alır. $p=0$ imkansız olay için, $p=1$ ise kesin olay için kullanılır. Örneğin, zar atıldığında 7 gelmesi imkansızdır, olasılığı 0'dır; 1,2,3,4,5 veya 6 dan herhangi birinin gelmesi ise kesindir, olasılığı 1'dir. Kuram hakkında edindiğimiz bu ön bilgi şimdilik bize yeter. Artık problem çözmeye geçebiliriz.

Doğum Günü Problemi

Bu problem, olasılık kuramının en ünlü ve sonucu en sürpriz sorularından biri:



İçinde bulunduğunuz herhangi 50 kişilik bir toplulukta doğum günü aynı olan en az iki kişi bulunma olasılığı kaçtır?

Senede 365 gün olduğunu düşünürsek ilk bakışta bu soruya vereceğimiz cevap öyle pek yüksek olmazmış gibi görünüyor.

Bazen neyin olacağını değil de, neyin olmayacağını hesaplamak matema-

tikçilerin kolayına gelir. Problem çözenin en zevkli yanlarından biri de budur aslında... Gelin biz de 50 kişilik bir toplulukta herkesin doğum gününün farklı olma olasılığını hesaplayıp onu 1'den çıkaralım ki bu da sorumuzun cevabı olur.

Birinci kişi için 365 değişik alternatif var, $n=365$, $N=365$

İkinci kişi için, ilk kişiden farklı olacağından $n=364$ değişik doğum günü alternatifi var.

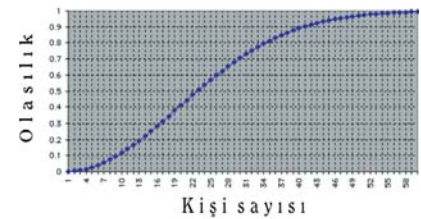
Sonuç olarak 50 kişi için bu olasılık:

$$\frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{317}{365} \cdot \frac{316}{365}$$

ve sorumuzun cevabı:

$$P = 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \dots \cdot \frac{317}{365} \cdot \frac{316}{365} \approx 0.9$$

Yani 50 kişilik bir toplulukta yaklaşık %90 ihtimalle doğum günü aynı olan en az 2 kişi ile karşılaşsınız. Aşağıdaki tablodan insan sayısının değişimine göre olasılık eğrisini inceleyebiliriz:



Tablodan bu konuya farklı bir senaryo yazacak olursak, herhangi bir insan topluluğunda %50 olasılıkla doğum günü aynı olan en az iki insan bulunması için, o toplulukta 23 kişi bulunması yeterli ve gerekli.

Uygulamalar

Olasılık kuramının uygulandığı pek çok alandan birisi de şans oyunları. Daha da ilginç, bu kuramın ortaya çıkma nedeni şans oyunları.

17. yüzyılda Fransız matematikçiler Pierre de Fermat ve Blaise Pascal, bazı kumarbazların isteği üzerine rulet, zar ve kartla oynanan oyunlar üzerine araştırmalar yapmaya başladılar. Evet olasılık çözümlemesi ilk kez şans oyunları üzerinde başlatıldı; ama bugün sigortacılık, seçimler, kuantum mekaniği, biyolojik bilimler, istatistiksel bilimler gibi pek çok alanda yaygın olarak kullanılmakta...

Şans Oyunları

Tombala, yerine göre tavla, poker ve dünyada ve ülkemizde oldukça popüler olan sayı lotoları... Hepsi birer şans oyunu! Öyleyse olasılığın ilgi alanı. Gelin şimdi, özellikle devrettiği zaman ülkemizde cumartesi günlerinin gündemine oturan sayısal lotoyu mercek altına alalım. Altında yatan matematiği inceleyelim.

...ve 6/49

Satranç, go gibi oyunların aksine bazı oyunlar hiç yetenek gerektirmez. Tabii rasgele sayı tercih etmenin yetenek gerektirdiğini düşünmüyorsanız... Bu tür oyunlarda tek ihtiyacınız olan şey şans ve tek amacınız da ödüldür. İçinde 49 top bulunan bir sepetten çekilerek (ya da butona basılarak belirlenen) 6 topu tahmin etme oyunu buna güzel bir örnek... Yine de toplumda bazı kanılar var: "kimi sayılar diğerlerine göre daha fazla düşüyor", "mutlaka bir rakam tercih etmek lazım" ya da "iki ardışık sayı çıkma olasılığı daha fazla" gibi. Kimisi formülünü bulduğunu iddia eder, kimi de sürpriz seçimler yapma peşindedir. Peki, ya doğuşunu borçlu olduğu ve içinde ihtimal sözcüğünün bu kadar sık geçtiği bu konuya olasılık kuramı ne der? Tabii ki bilimsel bir yaklaşım için hesap yapmaktan başka bir şey yapılamayacağını söyler. Öyle ya! Şayet bir formülü olsaydı bugün matematikçilerin hepsi zengin olmuştu!

Olası mı?

Gelelim doğru 6 sayıyı doğru tahmin edebilme olasılığımıza: Sayısal lo-

toda oynanabilecek değişik çeşitteki kolon miktarı, 49 tane bir birinden farklı topun 6'sını kaç farklı şekilde seçebilirim sorusuna eş değerdir. Burada seçmek anahtar kelime olduğu için, kombinasyon hesabına başvururuz:

$$C(49,6) = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13\ 983\ 816$$

Yani yaklaşık 14 milyon kolon oynarsanız 6 tutturmanız kesin. Ya da diğer bir deyişle; sadece 1 kolon oynadıysanız

$$p = \frac{1}{13983816} \approx 0.00000007151123$$

olasılıkla büyük ödül sizin olur!

İnanılması zor; ama oynadığınız kolon 1,2,3,4,5,6 da olsa daha rasgele görünen 1,13,21,28,36,41 de olsa doğru tahmin etme olasılığınız hep aynı: 0.00000007151123...



Büyük ödülü kazanma olasılığının küçüklüğüne bakılırsa, bu iş biraz zor gibi. Peki, o zaman 5 tercih etmenin olasılığına bakalım. O, daha olasıymış gibi duruyor.

5 Bilen!

Oynadığınız bir kolon ile 5 sayıyı doğru bilme olasılığınız daha çok, çün-

kü 5 sayının bilindiği kolon sayısı 1 tane fazla, hesaplayalım!

Üstteki rasgele seçilmiş 6 sayıyı ele alalım:

1,21,28,36,41
1,13,28,36,41
1,13,21,36,41
1,13,21,28,41
1,13,21,28,36
13,21,28,36,41

Şeklinde 5 sayıyı 6 farklı şekilde doğru tahmin edebiliriz yani 6 sayıdan 5 farklı sayıyı $C(6,5)=6$ kadar seçeriz. Ama oyun kuralı gereği 6 sayı tercih etmeliyiz. Örneğin 1,21,28,36,41 beşlisinin yanına 13 haricinde (aksi takdirde 6 bilinmiş olur) 43 farklı sayı yazabiliriz öyleyse 6 tanesi için toplam $6 \cdot 43 = 258$ farklı alternatifimiz var. Bu da sadece 5 doğru tahmin için olasılığımız:

$$P = \frac{258}{13983816} = 0.00001801696$$

5 Bilme olasılığı	258	
	13983816	=0.00001844989
4 Bilme olasılığı	27090	
	13983816	=0.00193723944
3 Bilme olasılığı	1480920	
	13983816	=0.1059024232

"Bugüne kadar ben de neden sadece 3 veya 4 sayıyı doğru tahmin edebiliyorum" diye düşünüyorsanız, bu veriler sorunuza bir cevap olabilir belki...

Vergi Tahsisi

Hazır yeri gelmişken bir fıkrayı sizinle paylaşmak isterim:

İki matematikçi aralarında mesleklerinin ne kadar önemli olduğunu konuşurlarken içlerinden biri diğerine dert yanar.

"Ah hocam ah! Matematiğe yeterince önem verilmiyor. Aslında devlet bu işe el atmalı, matematik bilmeyenlerden vergi toplamalı."

Diğeri de hiç duraksamadan cevap verir:

"Sayısal Loto ile bu işi yapıyor zaten..."

Yinede lotonun altında yatan matematiği çok iyi anlayan bir arkadaşına neden hala oynadığını sorduğumda aldığım cevap gerçekten tatmin ediciydi, "oynarsam kazanma olasılığı düşük belki, ama oynamazsam kazanma olasılığım 0".

Nilüfer Karadağ
karadagnilufer@yahoo.com

