



Sayıların Komşuluğu

Şekildeki gibi 3x3'lük bir kare olsun ve kenar komşuluğu bulunan iki sayıya (dikey ya da yatay komşuluk) aynı tamsayıyı eklememize izin verilsin. Sadece bu işlemi yaparak a) tüm hanelerinde sıfır bulunan b) bir hanesinde 1 diğer hanelerinde 0 bulunan c) bir hanesinde 2 diğer hanelerinde 0 bulunan bir kare elde edebilir miyiz?

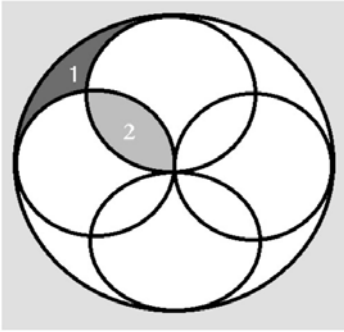
0	3	2
6	7	0
4	9	5

Diophantos'un İlginç Sorusu

Diophantos'un yazdığı "Aritmetica" adlı kitapta bulunan ve yalnız tamsayı veya kesirlerle çözülen problemler, modern sayılar teorisinin en önemli kaynağı olmuştur. İşte Diophantos'un bugünlere kadar ulaşan sorularından biri : öyle üç sayı bulunuz ki herhangi ikisinin çarpımı üçüncüye eklendiğinde bir kare sayı ortaya çıksın. (a tamsayı olmak üzere a^2 şeklinde yazılabilen sayılara kare sayılar denir)

Geçen Ayın Çözümleri

Alanların Eşitliği



Öncelikle 1 numaralı alan ile 2 numaralı alanın eşit olduğunu gösterelim. Büyük çemberin yarıçapı r olsun. Bu durumda büyük çemberin alanı πr^2 iken küçük çemberlerin her birinin alanı $\pi r^2/4$ olur. Görüldüğü gibi 4 küçük çemberin alanı bir büyük çember yapıyor. Şekile baktığımızda küçük çemberlerinin alanını toplarken 2 numaralı bölgeyi ikişer defa topladığımızı görürüz. O halde 1 ve 2 nolu bölgelerin alanları eşit olmak zorunda. Sorudaki şekilde dikkat edilirse 2 numaralı alan aslında 2'şer mor yumurta ve yamuk kenarlı üçgen ile yapılabiliyor. Bu şekilde 4 tane 2 numaralı alan oluşturabildiğimize göre kırmızı alanlar ile mor alanlar birbirine eşit olur.

Kumbaralarla Oyun

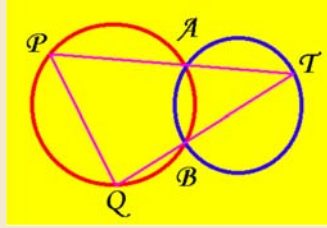
1) Kumbaraların ikisinde hiç para kalmaması sağlanmak mümkün. Çözüm olarak örneğin şu

Uzun İnce Bir Sayı

987876...432321 şeklinde dizilen, 21 basamaklı uzun ince bir sayımız var. Bu sayının 37 ile bölümünden kalanı acaba bulabilir misiniz?

Berat Selamlar, Akhisar/MANİSA
(Bu soruyu Matematik Kulesi'ne gönderen okuyucumuzun adresine TÜBİTAK Yayınları'nın "Matematik Sanatı (Jerry P. King)" adlı kitabı postalanmıştır.)

Sabit Kiriş

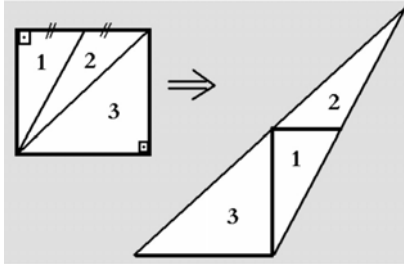


Şekildeki kırmızı ve mavi daireler A ve B noktalarında kesişiyorlar. İlginçtir ki T noktası büyük AB yayı üzerinde nasıl hareket ederse etsin PQ kirisinin uzunluğu hep sabit kalıyor. Bunun nasıl gerçekleştiğini ispatlayabilir misiniz?

yolu izleyelim : (1997, 997, 97) → (1990, 900, 0) → (950, 900, 900) → (50, 0, 50) → (25, 25, 50) → (0, 0, 25)

2) Üç kumbarayı da boşaltmamız imkansız. Dikkat ederseniz her adımda kumbaralardaki toplam paranın 3'e bölümü sabit kalıyor. 1997+997+97 sayısı 3'e tam bölünmediği için sonlu hamlede (0, 0, 0) üçlüsünü elde edemeyiz.

Kareden Üçgen



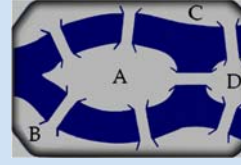
Şekildeki gibi kareyi 2 doğru ile 3 parçaya ayıralım. Bu üç parça ile yeni bir geniş açılı üçgen yaratmanın sırrı, küçük üçgenlerin kenar doğrultularını değiştirmeyecek değerlerde olan iç açılarda yatırmaktır.

Ufuk Çizgisi

Sorunun cevabı aslında Pisagor teoreminin bir uygulaması. Gözünüzden yerin merkezine olan uzaklık hipotenüs uzunluğudur. Dik kenarlardan biri dünyanın yarıçapıdır. Diğer dik kenar ise gözünüz ile bakış açınızın dünyayı teğet kestiği nokta arasındaki uzaklıktır. O halde $(6600 \times 1000 + 2)^2 = (6600 \times 1000)^2 + a^2$ olur ve ufuk çizgisinin uzaklığı $a = 5138$ metre bulunur.

Matematiğin Şaşırtan Yüzü

KÖNİGSBERG KÖPRÜSÜ



1700'lü yılların başında Rusya'nın Königsberg şehrinde (bugünkü adı Kaliningrad) halk arasında il-

ginç bir tartışma dilden dile dolanıyordu. Şehir, Pregel nehriyle dört toprak parçasına ayrılmıştı ve bu toprak parçalarını resimdeki gibi yedi köprü birleştiriyordu. Königsberg halkının ikiye bölünmesine neden olan soru ise şuydu: "acaba tüm köprülerden bir kere ve sadece bir kere geçerek başlanılan noktaya geri dönmek mümkün mü?". Halkın bir kesimi öneziyle bunun imkansızlığına inanırken diğerleri bir çözümün olduğunu ancak daha bulunamadığını düşünüyordu. Ortada ne bir çözüm vardı ne de imkansızlığın ispatı.

1736 yılında ünlü matematikçi Leonhard Euler sadece bu soruyu çözmekle kalmadı, bulduğu çözüm yöntemi sayesinde "Graf Teorisi" adında yepyeni bir matematik dalını yaratmış oldu. Türkçe'de "çizge" adıyla da kullanılan bu yöntemde herhangi bir olay noktalar ve çizgilerle temsil edilir. Örneğin Königsberg köprüsü sorusunda A, B, C ve D olarak gösterilen toprak parçalarını nokta ile, köprüleri de çizgi ile temsil edelim. Şimdi sorumuz biraz daha basitleşti: tüm çizgilerden sadece 1 kere geçme koşuluyla 1 tur yapılabilir mi? Nokta ve çizgi sayısı az olduğunda deneme yanılma ile bazı yargılara varılabilir. Ancak noktalar 100'lere 1000'lere ulaşınca belli bir yöntemle ihtiyaç duyulur. Euler'in bulduğu yöntem ise çok basittir. Bu yöntemle göre öncelikle problem bir çizgeye dönüştürülür ve tek sayıda olan noktaların sayısı bulunur. Eğer bu sayı sıfır ise istediğimiz turu atabiliriz demektir. Eğer sıfır değil ise bir noktadan başlayarak tüm yolları geçip aynı noktaya dönmek imkansız olur. Mesela şeklimizde dört noktanın da tek sayıda yolu vardır. Yani Königsberg'te tüm köprülerden

1 kere geçerek bir şehir turu atmak mümkün değildir. Aynı noktaya dönme şartı olmadan tüm yollardan geçmemiz istenirse tek sayıda yolu olan noktaların toplam sayısı iki olmalıdır.

Euler kuralının sebebi çok açıktır. Eğer aynı noktaya dönmek istiyorsak her noktadan biri giriş biri çıkış olmak üzere çift sayıda yolu kullanarak geçmemiz gerekir. Başlangıç ve bitiş noktaları farklı olabiliyor ise sadece bu noktalarındaki yol sayısı tek sayı olabilir. Bunu siz de grafikler çizip evde deneyerek daha iyi anlayabilirsiniz.

Bu sayede telekomünikasyondan bilgisayara birçok alanda kullanılan Graf Teorisine giriş yapmış olduk. Önümüzdeki sayılarda teorisinin ilginç sorularına tekrar değineceğiz. Görüşmek üzere....