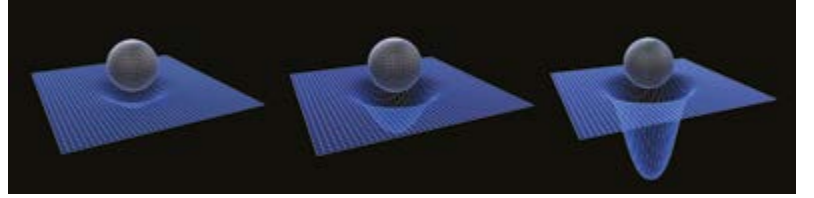


Emis Yazıcı

Kocaeli Üniversitesi öğrenci

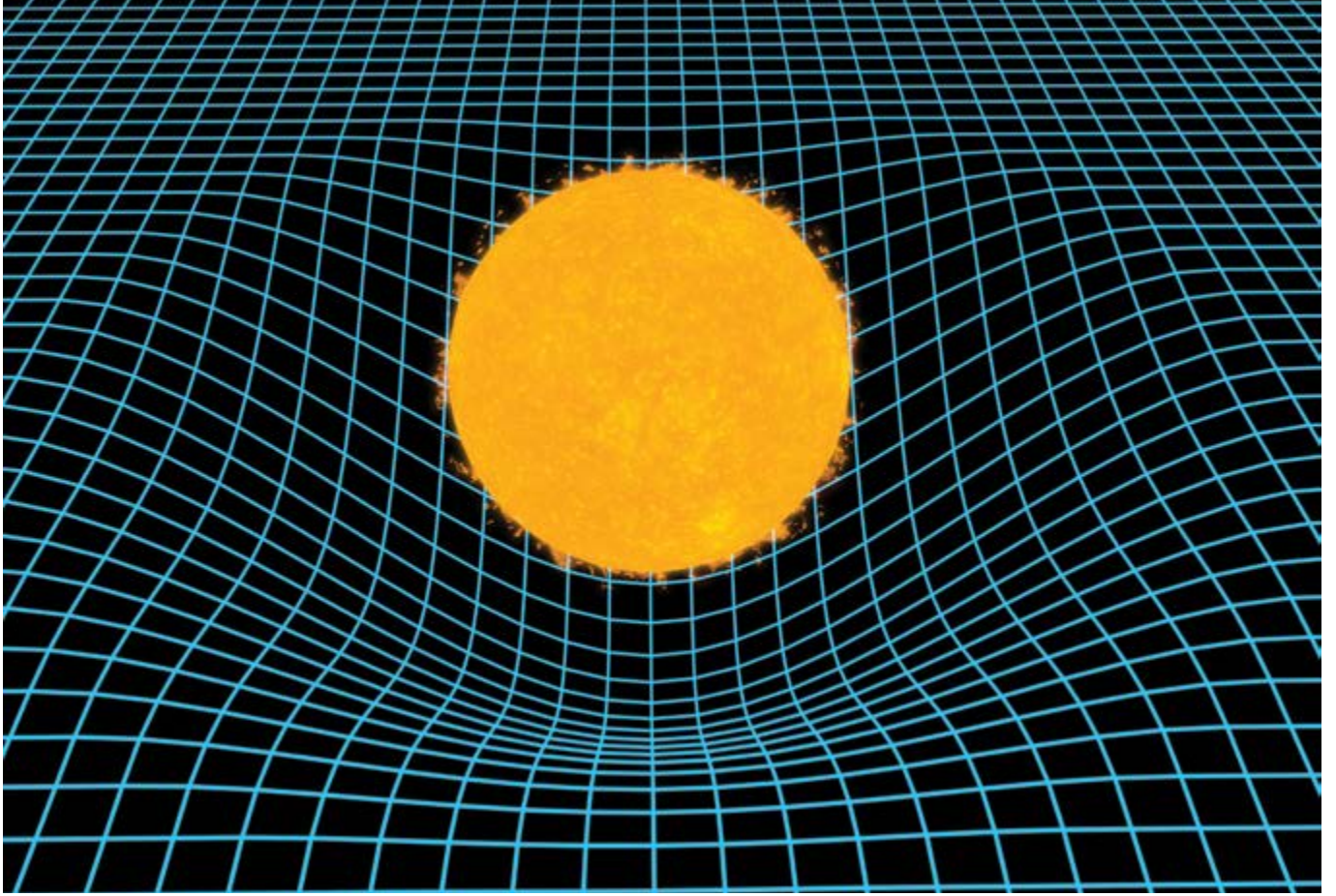
Newton'dan Einstein'a Kütleçekimi ve Evren

Newton, olağanüstü matematiksel sezgisi ile insanlığın kütleçekimine ve cisimlerin hareketine yönelik asırlık deneyimlerini bir potada eritti. *Principia* adlı eseriyle sağlam kuramsal temeller üzerine harika bir çatı kurdu. Kullanılan terminolojiden gerekli cebirsel yöntemlere kadar fizik namına ne varsa, Newton tüm bunların birincil kaynağı haline gelmişti. Fizikçilerin çok iyi bildiği Louis Lagrange, 1780'lerde Newton'un kullandığı matematiksel dili genişletti ve daha genel bir formülasyon ile Newton fiziğini yeniden yorumladı. Fiziksel değişkenlerin sonsuz küçük adımlara bölünmesiyle oluşturulan diferansiyel denklemler, Lagrange'ın çalışmalarının odağında yer aldı. 50 yıl sonra, gelişen ihtiyaçlar doğrultusunda Hamilton yeni bir güncelleme ile Newton'un klasik fiziğini zenginleştirdi. Ancak tüm yenilemeler, eklemeler ve güncellemeler sonucunda 20. yüzyılın başına kadar Newton fiziğinde bir paradigma kayması yaşanmamıştı.



Klasik fizik olarak da adlandırılan Newton fiziğine göre evrendeki her şey, maddenin miktarının ölçüsü olan kütle nedeniyle birbirlerine çekim kuvveti uyguluyordu. Yapılan tüm hesaplar ve üretilen tüm formüller, bu çekim kuvvetinin doğurduğu sonuçlara yönelikti. Ama kütlelerin neden birbirini çektiğine dair fiziksel bir açıklama yapılamadı. Sadece bir takım fikirler ortaya atılıyordu. Gezegenler arasındaki kütleçekimini neyin ilettiğini bilen yoktu. Sözelimi ışığın uzayda ilerlemesini açıklamak için kullanılan ve boşluğu tümüyle doldurduğu düşünülen esir maddesi, kütleçekim kuvvetini de taşıyan ortam olarak hayal edildi. Kimilerine göre gök cisimlerinin civarında esir maddesinin yoğunluğu azalıyor ve bu da kendilerine doğru net

bir kuvvetin oluşmasına neden oluyordu. Kimilerine göre ise evrenin her yeri, her yöne doğru akan parçacıklarla doluydu ve iki gök cismi birbirinin yakınındayken bu parçacık akımını perdeledikleri için, diğer taraflarından bu iki cisme çarpan parçacıklar iki cisme de net kuvvet uyguluyordu. Kütleçekiminin, Le Sage Kuramı adı verilen bu tanecikli modeli kendi devrinde bile sert eleştiriler almıştı. Çünkü cisimler arasında oluşan kuvvet, cisimlerin kütleleri ile değil de büyüklükleriyle orantılıydı. Fakat benzeri tüm kuramsal açıklamalar deneysel gerçeklikten uzak kaldı. Özellikle esir kuramını yansılayan ve çok önemli bir deneysel çalışma olan Michelson-Morley deneyinden sonra (1887) kütleçekimini açıklayacak bambaşka kuramlara gereksinim olduğu ortaya çıktı.



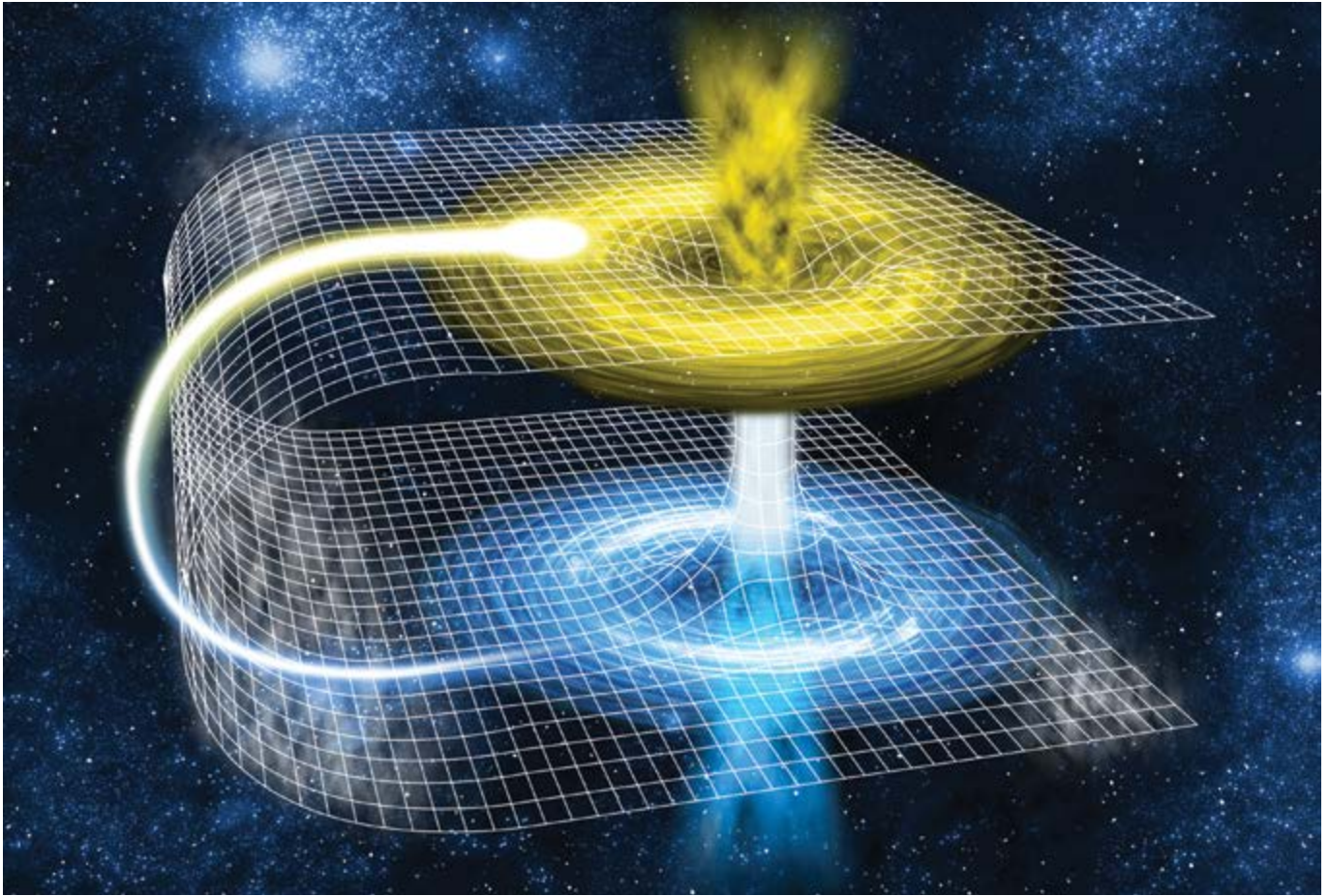
Newton fiziğinin öngördüğü kütleçekim kuvvetinin kaynağının ne olduğuna dair düşünceler bir yana, Newton fiziğinin yalnızca sonuçlarıyla ilgilenenler hallerinden hayli memnundu. Çünkü çok güçlü bir kuramdı ve yapılan hesaplar müthiş keşifler doğurdu. Örneğin Neptün gözlemlenmeden önce kuramsal olarak öngörülebildi. Klasik fiziğe göre Güneş'in etrafında sadece tek bir gezegen olsaydı, bu gezegenin yörüngesi tam bir elips (veya elipsin özel bir hali olan çember) olurdu. Ancak Güneş Sistemi'ndeki tüm gezegenlerin yörüngeleri diğer gezegenlerin kütlelerinden biraz etkilenir ve tam bir elips olmaz. 19. yüzyıl ortalarına kadar Güneş Sistemi'nde sadece altı gezegen keşfedilmişti. 1781'de yeni teleskoplar sayesinde Uranüs'ün varlığı ortaya çıkmıştı. 1820'lerde Uranüs'ün yörüngesi dikkatle incelendiğinde, bilinen gezegenlerin kütleçekim etkisinin Uranüs'ün eliptik yörüngesindeki bozulmayı açıklamakta yetersiz kaldığı görüldü. Eliptik

yörüngedeki bozulmanın kaynağı olarak Uranüs'ün ötesinde dev bir gezegen daha olmalıydı. 1846'da tam da klasik fizikle öngörülen konumda Neptün gözlemlendi. Bu o gün için olağanüstü bir başarıydı. Bilim insanları Dünya'da oturdukları yerden sadece kâğıt ve kalem kullanarak yeni gezegenler keşfediyor, kuyruklu yıldızların ne zaman hangi konumda olacağını söyleyebiliyor, adeta modern zamanların müneccimliğine soyunuyorlardı. Ama bu sefer göz yanılsaması ve aldatmaca değil, matematiğin ve bilimin kesinliği söz sahibiydi.

Yeni Kuramın Habercisi: Merkür

Astronomlar gezegen yörüngelerini dikkatle incelemeye devam etti. Klasik fiziğin kütleçekim kuramında her şey mükemmel görünüyordu, ta ki Merkür'ün yörünge hesabındaki küçük bir sapma fizikçilerin başına bela olana kadar.

Neptün'ün kâşiflerinden olan Jean Le Verriere isimli hayli enteresan bir adam, Güneş Sistemi'ndeki ahenge âşık olmuştu. Aslında kimya eğitimi almıştı ama olağanüstü matematiksel zekâsı ve evrene olan hayranlığı onu astronomi hesaplamalarının içine çekiyordu. Önceleri Merkür'ün yörüngesine odaklanmış olmasına rağmen, nedense birden Uranüs'ün yörüngesini incelemeye karar verdi. Neptün'ün konumunu inanılmayacak kadar küçük bir hata payı ile öngördükten sonra, Newton'a olan inancı doruk noktasına çıkmıştı. Le Verriere'in hayali, kıymetli mücevherlerle süslenmiş, son derece hassas bir saate benzettiği Güneş Sistemi'ni her dakikasına kadar açıklayabilmekti. Gözünü tekrar Merkür'e dikti. Merkür, Güneş'e en yakın ve yörünge periyodu en hızlı olan gezegendir. Le Verriere yaklaşık 150 yıllık Merkür kayıtlarını inceledi ve sonunda Merkür'ün yörüngesinin yalpalama hareketi yaptığını anladı.



Bu olağan bir durumdu, çünkü Merkür'ün yörüngesi diğer gezegenlerin kütleçekiminden etkileniyordu. Le Verriere'in canını sıkan ise yalpalama hareketindeki gözlemsel değerlerin, kendi hesaplarından %7'lik bir sapma göstermesiydi. Bu kadar bir hata payına Le Verriere'in tahammülü yoktu. Diğer tüm gezegenlerin kütlelerini, Merkür'e olan uzaklıklarını hesaba katıyor, çok kusurathlı işlemler kullanıyor ama bu mide bulandırıcı hatadan bir türlü kurtulamıyordu. Neptün'ün keşfinde yaptığı gibi, Güneş Sistemi'nde hesaplarını bozan, başka bir bilinmeyen gezegen olup olmadığı sorusunu sordu. Ancak bu da sorunu çözmemişti. Diğer tüm gezegenlerin yörüngeleri tutarlı iken sadece Merkür'ün tutarsızlığı can sıkıcıydı. 1877'deki ölümüne kadar Le Verriere'in bu arayışı bitmedi.

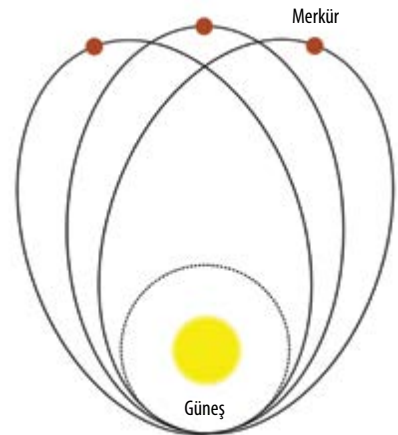
1890'larda Newcomb, Le Verriere'in hesaplarını tekrarladı, ancak o Newton'dan bile şüphe edecek kadar cüretkardı. Belki de Newton'un ters kare yasasında yer alan

$1/r^2$ ifadesindeki r 'nin üssü tam olarak 2 değil de 2,00000016 idi. Yörünge yarıçapının üssündeki katsayıda küçük bir düzeltme Merkür'ün yörüngesindeki yalpalama hareketini tam olarak açıklasa da, bu minik değişiklik Newton fiziğinde paradigma kaymasına neden oluyordu. Gözlemsel bir problemin yerini kuramsal bir sorun alıvermişti.

Çözüm Genel Görelilik Kuramı

1915 yılında Berlin'de Einstein, Newton fiziğine ölümcül bir darbe vurmak üzere masasında oturuyordu. İşin ilginç yanı, çok değil 70 yıl önce aynı şehirde Neptün'ün gözlemlenmesiyle Newton fiziği zirve yapmıştı. Şimdi ise genel görelilik kuramıyla Einstein yeni bir çağ başlatmak üzereydi. Aslında Einstein Merkür'ün yörüngesiyle hiç ilgilenmiyordu. O asıl, yüksek hızlardaki hareketi tanımlayan özel görelilik kuramını, yerçekiminin de hesaba katıldığı ivmeli ortamları da kapsaya-

cak şekilde genelleştirmenin derdindeydi. Einstein, özel görelilik kuramıyla, zamanın ve cisimlerin büyüklüklerinin gözlemciden bağımsız olmadığını keşfetmişti. Özel görelilik kuramına göre çok hızlı hareket eden bir saat, duran bir saate göre daha yavaş ilerliyordu. Zamanın evrenselliği yerle bir olmuş, cisimlerin büyüklükleri dahi hızlarına göre değişir hale gelmişti.



Merkür'ün enberi noktasının Güneş etrafındaki yalpalama hareketi

Newton Hayranları

Einstein atomaltı dünyanın garip davranışlarını klasik fizik kuramlarıyla açıklayabileceğine inanmıştı. Kendisi kuantum çağını başlatmasına rağmen, kuantum fiziğinin yorumlanması konusunda başta Bohr olmak üzere pek çok meslektaşıyla şiddetli bir görüş ayrılığı yaşamıştı (Bkz. Yazıcı, E., "Atomaltı

Dünyanın Doğuşu", *Bilim ve Teknik*, Mart 2015). Günümüzde hâlâ kuantum mekaniğinin Kopenhag yorumuna ve genel görelilik gibi kavramlara karşı çıkan önemli fizikçiler var, Paul Marmet ve Caroline Thompson gibi. Büyük Patlama, uzay-zaman bükülmesi gibi modern zamanlara ait kavramları kabul

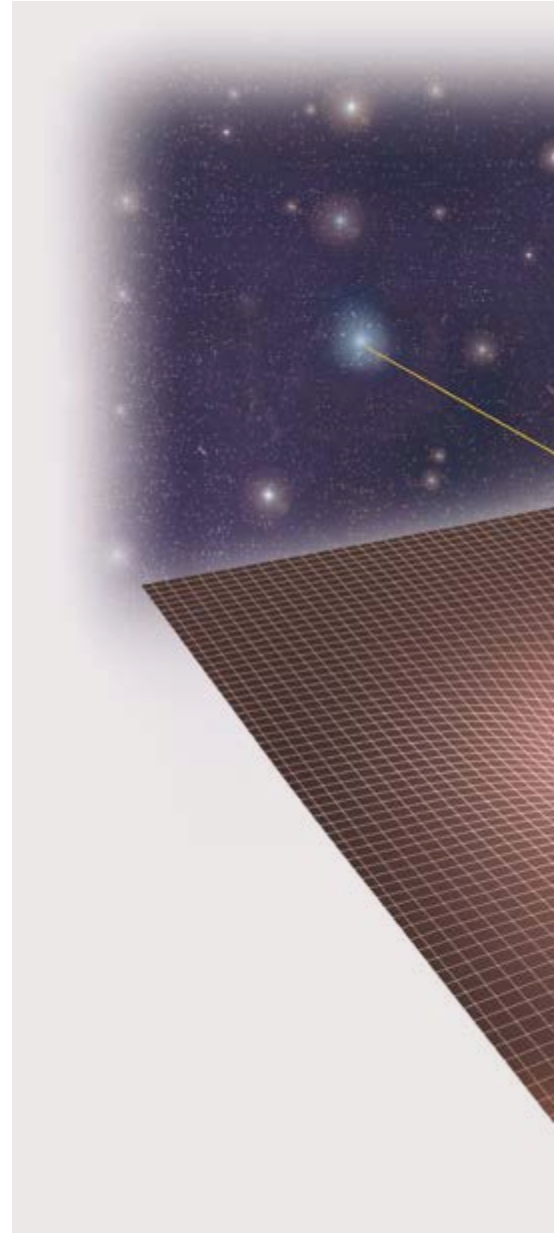
etmeyerek klasik Newton fiziği ile bu kavramlara gereksinim duymadan fiziksel olayların açıklanabileceği tezini savunurlar. Newton fanatiklerinin oluşturduğu, fizik meraklılarının kafasını karıştıracak ve araştırmaya yönlendirecek, incelenmelerinin hayli ilginç bir deneyim olacağını düşündüğüm iki in-

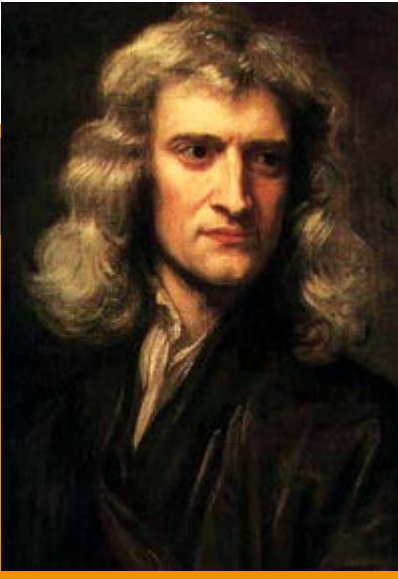
ternet sitesi var. Sitelerden konuya ilişkin e-kitapları pdf formatında indirmek mümkün: <http://www.newtonphysics.on.ca/> <http://freespace.virgin.net/ch.thompson1/>

Einstein'ın hareket ile ilgili öyküsünü baştan alalım. 1905 yılında Einstein henüz 26 yaşındayken elektromanyetik alan çalışmalarında karşılaşılan kuramsal problemlerle baş edebilmek için, ışığın ve maddenin hareketini tanımlamak üzere Lorentz, Poincare gibi öncüllerine dayanarak güzel bir çalışma yaptı ve bir kuram oluşturdu. Özel görelilik olarak adlandırılan bu kuramla, ışık hızından çok daha düşük hızlarda geçerli olan klasik fiziği, tüm hızlarda geçerli olacak şekilde genelleştirmişti. Ancak özel görelilik kuramı sadece sabit hızlı hareketleri kapsıyordu. İvmeli hareketler için söylediği bir şey yoktu. On yıl boyunca Einstein en genel haliyle hareketi tanımlayan bir kuram aradı. Bu süreçte, ivmeli hareket ile kütleçekimi etkisinin aslında aynı şey olduğunu fark etti. Sözelimi Dünya'da yaklaşık 10 N/kg kütleçekimi etkisi altında bulunmak ile 10 m/s^2 ivme ile hareket etmek, aynı kuvvete maruz kalmak demekti ve bu iki durum eşdeğerdi. Bu fikir kütle, enerji ve yerçekimi ile Einstein'ın bir bağ kurmasını sağladı. İkinci olarak -ki kuramın can alıcı kısmı burasıdır- kütleçekim etkisi, Newton'un zannettiği gibi cisimlerin birbirlerine uyguladığı bir kuvvet değildi; kütleli cisimlerin uzayı bükmesinin sonucu olarak ortaya çıkan bir durumdu. Evet, uzay soyut geometrik bir boşluk değildi. Tam anlamıyla eğilip bükülebilen fiziksel bir dokuydu. Fizikçiler zaman ile uzayı birbirinden bağımsız olarak ele almaz. Zamanı da uzayın bir bileşeni olarak kabul eder ve uza-

ya "uzay-zaman" derler. Dolayısıyla eğilip bükülen bu uzay dokusunda zaman da eğilip bükülür, farklı kütleçekimi olan yerlerde zaman algısı farklı olur. Birkaç ay önce gösterime giren, yönetmenliğini Christopher Nolan'ın yaptığı *Yıldızlar Arası* adlı filmde bu durumu somut şekilde anlatan güzel ama abartılı bir örnek vardı. Yaşamak için uygun bir gezegen arayışına giren insanlar, uzayda bir karadeliğe komşu olan bir gezegene inmişti. Kütleçekim alanının çok güçlü olduğu karadeliğin yakınlardaki bu gezegende geçen birkaç saatlik süre, Dünya zamanıyla yaklaşık 20 yıla denk geliyordu. Bunun nedeni, karadeliğin müthiş kütesinden dolayı uzay-zamanın karadelik etrafında fazlaca bükülmesidir. Uzayın bükülebilirliği fikrini aslında Einstein'dan çok önce Bernhard Riemann 1850'lerde dile getirmişti. Geometrik ve soyut bir olguya fiziksel bir elbise biçmek ise Einstein'ın dehasının ürünüydü.

Einstein'ın şaşırtıcı zihninde kütleçekim kuvveti hiç beklenmedik bir tarzda açıklama bulmuştu. Kütleler aslında doğrudan birbirlerini etkilemiyor, sadece uzay-zamanı bükerek dolaylı olarak birbirlerini çekiyorlardı. Einstein, özel görelilik kuramıyla önce zamanın dinamik yapısını gözler önüne sermişti. "Mutlak zaman" diye bir şey yoktu. Daha sonra genel görelilik kuramıyla, uzayı donuk bir geometrik kavram olmaktan çıkarp içinde bulunduğu nesneye göre şekil alan, maddeyle sıkı bir etkileşim halinde olan dinamik bir varlığa çevirdi.



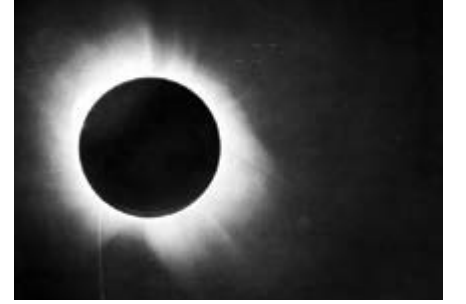


Genel görelilik kuramına göre, uzay-zaman bükülmesi Merkür eliptik yörüngesinde Güneş'e daha yakın konumdayken, Güneş'e daha uzak konumda olduğundakinden hissedilir derecede fazladır. Sözelimi, Merkür Güneş'e yakinken Merkür'de saatler daha hızlı ilerler.



Bu durum Merkür'ün yörüngesinde bir yalpalama hareketine neden olur. Dolayısıyla Le Verriere'in hesaplarındaki hata, uzay-zamanın bükülmesini hesaba dâhil etmemesinden kaynaklanıyordu. Kısacası Newton fiziği doğrudu, ama eksikti. Einstein genel görelilik kuramıyla hem bu eksikliği gidermiş, hem de kütleçekiminin neden var olduğunu anlamaya yönelik tatmin edici bir açıklama sunmuştu.

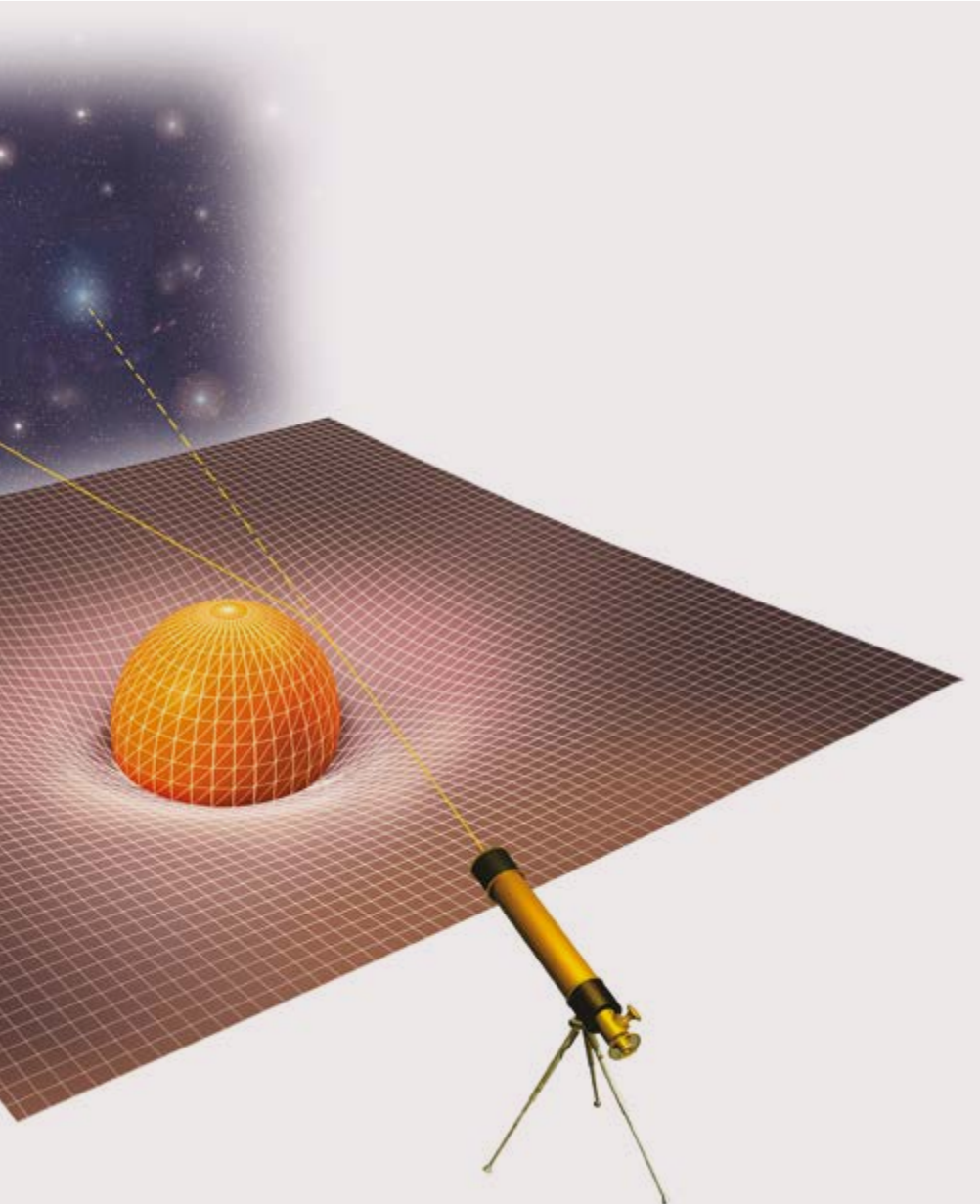
Uzay-zaman bükülmesi sadece Merkür'ün yörüngesini etkilemez. Diğer tüm gezegenler de bundan nasibini alır.



Fakat Merkür diğer gezegenlere oranla Güneş'e çok daha yakın olduğu için, yörüngesindeki uzay-zaman bükülmesinin etkisi çok daha net ölçülebilir. Günümüzde gelişen teknolojiyle Dünyamızda dahi bu etkiyi ölçebiliyoruz. Zamanı son derece hassas ölçen atom saatleri kullanarak, havadaki uçaklarda geçen zaman ile yer yüzünde geçen zamanın senkronize olmadığını görüyoruz.

Gözlemsel Kanıt

Genel görelilik kuramı, deneysel sınavını ilk olarak 1919'daki bir Güneş tutulmasında verdi. Einstein'ın öngörüsüne göre uzay-zaman büyük kütleli cisimlerin etrafında bükülüyorsa, Güneş gibi gök cisimlerinin yanından geçen ışığın izlediği yol da bükülmeliydi. Evet, ışık kütlelessizdi ve Newton fiziğine göre kütleçekim kuvvetinden etkilenemezdi. Ancak kütle, uzay-zamanın bizzatini kendisini büküyorsa, uzay boşluğunda ilerleyen ışık da bükülmüş uzayda bildiğimiz anlamda "doğrusal" bir yol izleyemezdi. Kısacası, ışık da diğer cisimler gibi kütleçekiminden etkilenmeliydi.



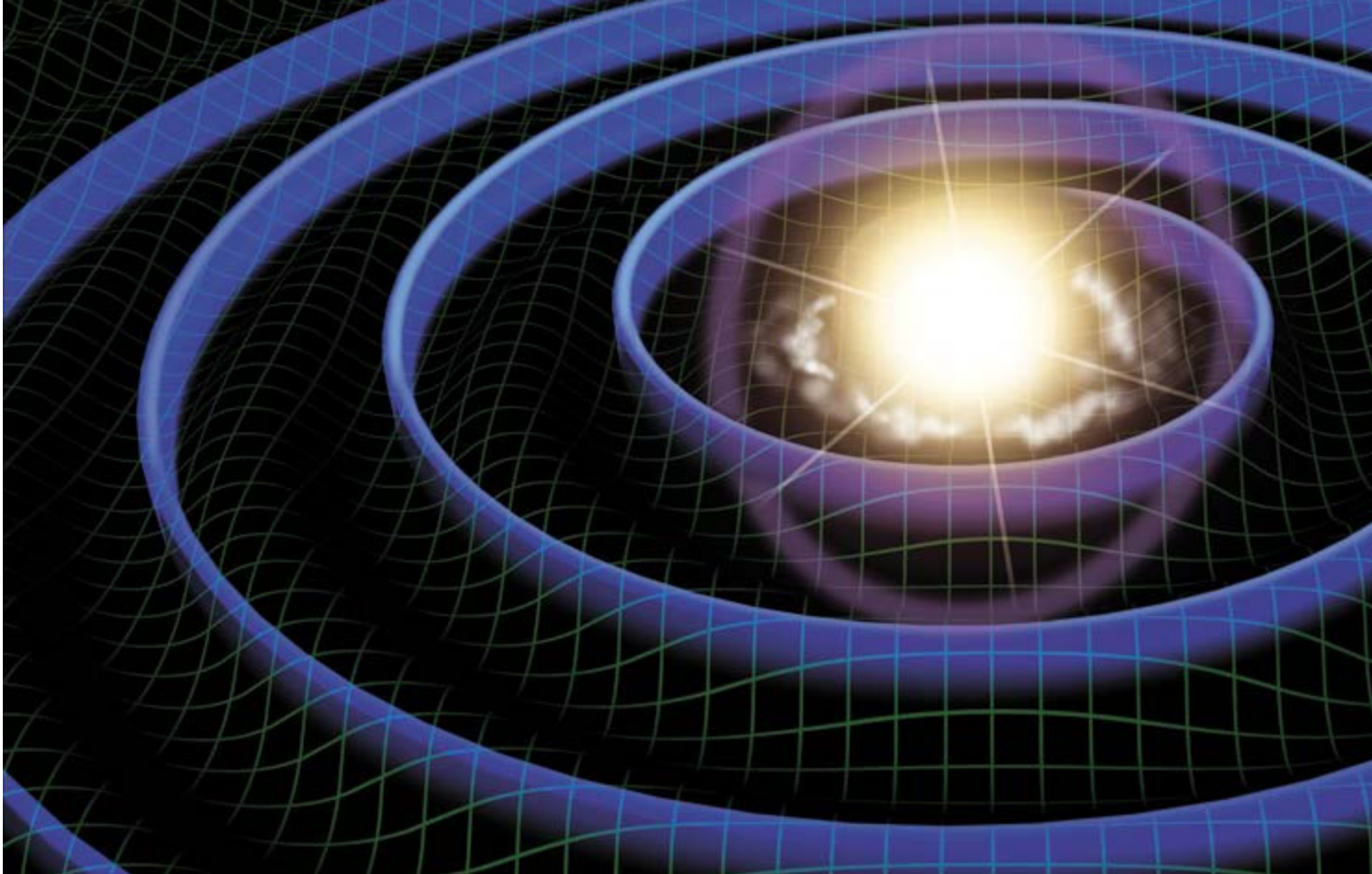
Gerçekten de, Güneş tutulması sırasında Güneş'in arka planında kalan yıldızların konumunda normal zamanlara göre hafif bir kayma gözlenmişti. Bunun tek bir anlamı olabilirdi: Güneş, yanından geçip giden ışığın izlediği yolu büküyordu. 7 Kasım 1919 günü *London Times* okuyucularına haberi "Bilimde Devrim, Evrenin Yeni Kuramı, Newton Görüşü Çöktü" başlığıyla duyurmuştu. Günümüzde Hubble Uzay Teleskopu gibi gelişmiş cihazlarla elde edilen derin uzay fotoğraflarında, büyük kütleli galaksilerin geri planında kalan diğer galaksilerin ışığının büküldüğünü net bir biçimde gözlemliyoruz. Yani uzayda galaksiler, bir çeşit kozmik mercekle görevi görüyor. Hatta ışığı bükme miktarlarından galaksilerin kütleleri tahmin edilebiliyor. Özetle, kuramsal fizikçi John Wheeler'ın aforizmasıyla "uzay-zaman eğriliği maddenin nasıl hareket edeceğini, madde de uzay-zamanın nasıl eğrileceğini" belirliyor.

Newton'a göre, yıldızlar sonsuz bir boşluk içinde sürekli ışılan varlıklardır. Bu yüzden evren sürekli enerji kaybeden bir doğaya sahiptir. Einstein'a göre ise evrenin kapalı, sonu olan, kütesinden dolayı kendi içine bükülebilen ve bu yüzden de belirli sınırları olmayan bir yapısı vardır. Yani tıpkı bir küre gibi sonlu bir varlıktır ve küre üzerinde doğrusal bir yol izlendiğinde asla bir sınırla karşılaşmaz. Einstein statik evren modelinin sıkı bir savunucusuydu. Fakat kendi elleriyle oluşturduğu denklemler hiç de öyle demiyordu. Einstein'ın denklemleri evrenin genişleyen, hareketli bir yapısı olduğunu söylüyordu. Ancak kuantum fiziğinin doğmasına sebep olduktan sonra kuantum fiziğinin olasılıklı yorumuna karşı çıktığı gibi, Einstein bu sefer de evrenin dinamik yapısına karşı çıktı ve denklemlerine kozmolojik sabit adını verdiği kuramsal bir nicelik ekledi. Bu şekilde denklemlerinde evrenin genişlemesine izin vermemiştir.

Gerçi daha sonra 1931'de "en büyük hatam" diyerek bu yaptığına pişman olacaktı ama o gün için evrenin sonsuz bir durgunluk ve dinginlik içinde olduğunu düşünmek daha cazipti.



Edwin Powell Hubble'ın çalışmaları sonucu 1929'da tüm galaksilerin birbirlerinden uzaklaştığı, yani evrenin genişlediği gözlemlenmişti. Daha sonra Büyük Patlama olayının anlaşılması, son yıllarda da galaksilerin hızlarını artırarak birbirlerinden uzaklaşmasını sağlayan bir karanlık enerjinin varlığının belirlenmesi, genişleyen evren modelini doğrulamaya devam ediyor.



Kütleçekimsel Dalgalanmalar

Genel göreliliğin betimlediği uzay-zamanda ki bükülme, kolayca zihninizde canlandırabileceğimiz bir olgu değil. Anlamayı kolaylaştırmak için evreni iki boyutlu düzlem olarak hayal ettiğimiz bir analogi kullanabiliriz. Bu iki boyutlu düzlemin esnek bir malzemedan oluştuğunu düşünürsek, bu düzlemin üzerindeki bir kütle, düzlemin esnemesine neden olacaktır. Kütlenin büyüklüğüne göre esneme artar. Esnemiş bu düzlem üzerine ikinci bir kütle konduğunda iki kütle birbirlerine doğru yönelir. Biz bunu kütleçekim kuvveti olarak algılarız. Kütleler hareket ettikçe düzlem üzerinde dalgalanmalara neden olur. Einstein, evrende kütleçekimsel dalgalanma olarak adlandırdığı bu tür bir dalgalanma öngörmüştü. Ancak kütleçekimsel dalgalanmaların doğrudan gözlenmesi -son derecede hassas düzenekler gerektirdiği için- bugünkü teknolojiyle bile çok zor. Bu konuda bilim insanları, özellikle aşırı hızlı döngüsel hareketleri ve büyük kütleleri dolayısıyla, çift nötron yıldız sistemlerine odaklanmış durumda.

Kütleçekimsel dalgalanmalar, evrenin oluşumunun ilk anına dair bilgiler içerebileceği için kozmologların da ilgisini çekiyor. Evren Büyük Patlama'dan sonra 300 bin yılı aşkın bir süre boyunca ışığa karşı geçirimsiz olduğu için o zamanlardan kalan ilk ışınlar Büyük Patlama'dan 380 bin yıl sonrasına dayanıyor. Fakat kütleçekimsel dalgalanmaların bizi Büyük Patlama anına kadar götürme potansiyeli var. Mevcut fizik bilgimiz, Büyük Patlama'dan hemen sonra maddenin yapıtaşları olan kuarkların oluşmaya başladığını öngörüyor. Fakat o ilk anlardaki bebek evrende tek bir kuarka bile yetecek boşluk yoktu. Bu sorunun üstesinden gelmek için enflasyon kuramı adlı bir model geliştirildi. Modele göre belli bir dönem evren ışık hızından da hızlı bir şekilde genişledi ve yeterli boşluk oluştu. Geçen yıl Harvard-Smithsonian Astrofizik Merkezi'nden bilim insanları, enflasyon kuramını destekleyen bir kanıt bulduklarını duyurdu. Gözlemsel verilerine göre o zamanlardan kalma bir kütleçekimsel dalgalanma görüntüsünü doğrudan elde etmişlerdi. Kozmoloji meraklıları için bu olağanüstü heyecan verici bir gelişmeydi.

Tüm deneysel başarılarına rağmen, genel görelilik kuramı klasik fizik enstrümanlarına dayanıyor. Oysa 1900'lü yıllardan itibaren tüm fiziksel nicelikler kuantum fiziği ile temellendirilmiş durumda. Sadece kütleçekim kuvveti kuantum fiziği ile değil genel görelilik kuramıyla açıklanıyor. Kütleçekim kuvvetini kuantum dünyasıyla ilişkilendirmeye çalışan sayısız çalışma yapılıyor olsa da, henüz bu konuda son söz söylenmiş değil. Sicim kuramı, fazladan boyutlar içeren zar kuramları, kuantum kütleçekimi gibi kuramsal çalışmalar tüm hızıyla devam ediyor. Kütlenin aslında ne olduğu hâlâ bir muamma. Fizikçiler, kuantum fiziği ile kütleçekim kuvvetini birleştirmede süreci asla rahat edemeyecekler ve fizikğin bir yönü hep eksik kalacak.



Harvard-Smithsonian
Astrofizik Merkezi

Kaynaklar

- Bekenstein, J. D., "Gravitational Theories", <http://ned.ipac.caltech.edu/level5/ESSAYS/Bekenstein/bekenstein.html>, 2015.
- O'Connor, J. J., Robertson, E. F., "John Couch Adams' account of the discovery of Neptune", http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Adams_Neptune.html, 2006.
- Pollock, C., "Mercury's Perihelion", http://www.math.toronto.edu/~colliand/426_03/Papers03/C_Pollock.pdf, 2003.
- Fox, K. C., *The Big Bang Theory*, John Wiley & Sons, New York, 2002.
- Aguilar, D. A., Pulliam C., "First Direct Evidence of Cosmic Inflation", <https://www.cfa.harvard.edu/news/2014-05>, 2014.
- Chandrasekhar, S., "The Role of General Relativity in Astronomy: Retrospect and Prospect", *Journal of Astrophysics and Astronomy*, Cilt 1, s. 33-45, 1980. (<http://www.ias.ac.in/jarch/jaa/1/33-45.pdf>)