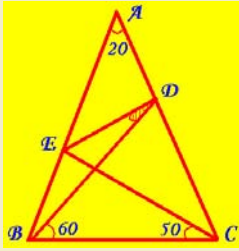




## Gizli Açı



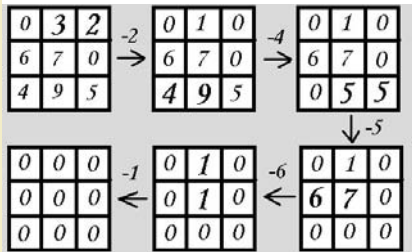
İlk defa E.M. Langley tarafından bulunmuş bu soru, geometriyi seven okuyucularımızın eminim hoşuna gidecektir. Şekildeki ABC üçgeni, tepe açısı 20 derece olan bir ikizkenar üçgendir. Verilen diğer açıları da kullanarak BDE açısının kaç derece olduğunu bulabilir misiniz?

## Sayılarla Oyun

Bir doğal sayının rakamlarının yerlerini herhangi bir şekilde değiştirerek yeni bir sayı elde edelim ve bu sayıyı ilk sayı ile toplayalım. Toplamın 2004 tane sıfır içeren 2005 basamaklı 1000...00 sayısına eşit olduğu bilindiğine göre, başlangıçtaki doğal sayının son rakamının sıfır olduğunu gösteriniz.

## Geçen Ayın Çözümleri

### Sayıların Komşuluğu



a) Tüm hanelerinde sıfır bulunan kareyi şekildedeki gibi beş hamlede elde edebiliriz. b) Dikkat ederseniz bize izin verilen işlemi yaptığımızda karenin köşesindeki 4 sayı ve merkezdeki sayının toplamı ile geri kalan 4 sayının toplamı arasındaki fark hiç değişmez ve bu değer sıfırdır. Bu durumda tek bir hanesinde sıfırdan farklı bir sayı bulunan bir kare elde etmemiz mümkün değildir.

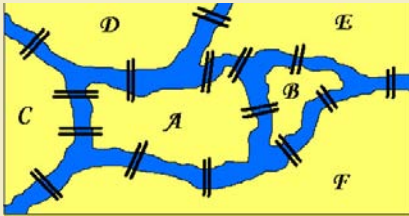
### Diophantos'un İlginç Sorusu

Açıklayacağımız çözüm Diophantos'un orijinal çözümüdür. Bir kare, örneğin  $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$  u alalım. Toplamlardan biri bu olsun ve 9'u üçüncü sayımız olarak kabul edelim. O halde 1. ve 2. sayılarımızın çarpımı  $x^2 + 6x = (x+6)x$  olmalıdır. Şimdi kalan diğer iki durumu kontrol edelim.  $10x + 54 = 9(x+6) + x$  ve  $10x + 6 = 9x + x + 6$  soruya göre kare sayıdır. Yani farkları 48 olan iki kare bulmalıyız. 16 ve 64 bu koşula uyar. Bu durumda  $x=1$ 'dir. Aradığımız son sayı da  $x+6 = 7$  olur. Sonuç olarak sorunun çözümü 1, 7 ve 9'dur.

## Şüpheli Bir Üçgen

Öyle bir üçgen var mıdır ki üçgenin üç köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın doğrultusuna indirilen dikmelerinin uzunlukları sırasıyla 1, 2 ve 3 ile orantılı olsun?

## Königsberg'e Yeni Köprüler

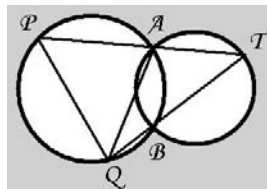


Hatırlarsanız geçen ay "Matematiğin Şaşırtan Yüzü" bölümünde Königsberg şehrinde bulunan Pregel nehri üzerindeki köprülerden ve graf teorisinden bahsetmiştik. Varsayalım ki şehre resimdeki plana uygun olarak yeni köprüler yapılsın. Bu durumda herhangi bir noktadan başlayarak ve tüm köprülerden sadece bir kere geçerek başlangıç noktasına geri dönmek mümkün mü? Peki tüm köprülerden sadece bir kere geçerek D noktasından başlayıp E noktasında bitirmek mümkün mü?

## Uzun İnce Bir Sayı

$37 \times 3 = 111$  olması ve mod 111'in daha kolay hesaplanabilmesi nedeniyle ilk aşamada mod 111'i kullanacağız. Büyük sayıların 111 ile bölünmeden kalanı bulmak çok kolaydır. Sayı sağdan başlanarak üçerli gruplanır ve tüm 3 basamaklı gruplar toplanır. Bu işlem en sonunda 3 basamaklı bir sayı kalana kadar yapılır. Son kalan sayıyı 111'e bölerek kalan bulunur. Bu kuralı kendi sayımıza uyguladığımızda 4578 sayısını elde ederiz ( $321 + 432 + \dots + 987$ ). Son olarak  $4 + 578 = 582$  işlemi yapalım. Bu sayının mod 37'deki değeri sorunun aradığımız cevabı olacaktır.  $582 = 27 \pmod{37}$ 'dir. Uzun ince sayımızın 37 ile bölünmeden kalan 27'dir.

## Sabit Kiriş



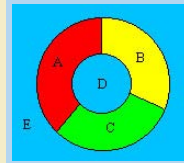
Sorunun cevabı aslında çok basit. A ve Q noktalarını bir doğru parçası ile birleştirelim. T noktası yay üzerinde nasıl hareket ederse etsin hep küçük AB yayını görecek için ATB açısı sabit kalır. Aynı durum AQB açısı için de geçerlidir. O da her zaman büyük çemberin küçük AB yayını görecek diğer bir deyişle açı değeri sabit kalacaktır. Bu durumda PAQ açısı = AQB açısı + ATB açısı da sabit olmak zorundadır. Artık PAQ sabit açısını gören PQ kirişinin uzunluğunun da sabit olduğunu söyleyebiliriz.

## Matematiğin Şaşırtan Yüzü

### DÖRT RENK TEOREMİ

Geçen ayki yazımızda hatırlarsanız Königsberg şehrindeki köprülerin yardımıyla graf teorisine kısa bir giriş yapmıştık. Bilgisayar bilimini derinden etkileyen bu son derece popüler teoriyi gelin ilginç bir uygulamasıyla tekrar ele alalım.

Soru, 1852 yılında Francis Guthrie tarafından İngiltere'de ortaya atıldı. Guthrie'nin merak ettiği konu ise şuydu: acaba karmaşıklığı ve büyüklüğü ne olursa olsun bir harita, komşu iki ülkeye aynı renk olmama koşuluyla sadece dört renk ile boyanabilir mi? Aslında Guthrie'nin ilgilendiği konu dört renk kullanarak İngiltere haritasını boyayabilmektir ancak sorunun evrensellliğini kavraması çok uzun sürmedi. İşin içinden bir türlü kendi başına çıkamayan Guthrie, o sırada Londra'da üniversitede okuyan abisine bir mektupla soruyu ilettili. Abisi de hocası olan Augustus DeMorgan'ın yardımını istedi. Mantık alanında yaptığı çalışmaları ile ismini bugünlere kadar duyuran DeMorgan ispat konusunda yetersiz kalınca birçok matematiğin yaptığı gibi soruyu bir arkadaşıyla paylaştı. Büyük bir şans eseri bu arkadaş o sıralar graf teorisine uğraşan Sir William Rowan Hamilton olacaktı. Hamilton'un bir şans olmasının sebebi o ana kadar Hamilton hariç kimsenin sorunun çözümüne sistematik bir bakışla yaklaşamamasıydı. Hamilton soruyu çok akıllıca bir şekilde graf teorisine uyarladı. Örnek olarak harflerin ülkeleri temsil ettiği ilk şekildedeki gibi bir haritamız olsun. Rowan Hamilton ülkeleri nokta, sınırları da çizgi ile göstererek haritayı ikinci şekildedeki gibi kendi alanı olan graf teorisine aktardı. Çalışmaları sonucunda ispatı tamamlayamasa da çok önemli bir şeyi keşfetti. Tüm haritalar bulunduğu yöntem ile hiçbir çizgi diğerini kesmeden düzleme aktarılabilirdi. Bu durumda en az beş rengin kullanıldığı bir haritanın var olabilemesi için her noktanın dört komşusu olan düzlemsel bir graf olmalıydı. Üçer komşusu olan dört noktalı bir graf bulunabilirdi ama dörder komşusu olan beş noktalı bir graf imkansız gözüküyordu. Artık çözüme bir adım daha yaklaşılmıştı.



Dört Renk Teoremi'nin ispatı tam 124 yıl sonra 1976 yılında Wolfgang Haken ve Kenneth Appel tarafından bilgisayar yardımıyla yapılabildi. Süper bilgisayarların tüm olasılıkları gözden geçirdiği ispatta bilgisayarlar 1200 saat boyunca hiç durmadan çalıştılar. Bu bile basit(!) sorunun ispatının ne kadar karmaşık olduğunu göstermeye yetiyor. Artık biliyoruz: dört farklı renkli kalemimiz varsa dünya haritasını komşu ülkeler aynı renkte olmayacak şekilde gönül rahatlığıyla boyayabiliriz.

