

Usta Kaptanlar



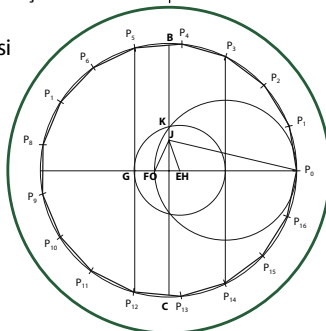
Carl Friedrich Gauss

Matematikçilerin Prensi olarak da bilinen Carl Friedrich Gauss, 1777-1855 yılları arasında yaşamış Alman matematik, astoronomi ve fizik dehasıdır. Gauss'un ilkökul öğretmeni J. G. Büttner, öğrencilerini oyalamak için 1'den 100'e kadar olan sayıları toplamalarını isteyince, Gauss cevabı birkaç saniye içinde bularak hem öğretmenini, hem de asistan Martin Bertels'i hayrete düşürdü. Küçük Gauss, sayı listesinin iki zıt ucundan birer sayı alıp topladığında hep aynı sonucun çıktığını fark etmişti:

$$(1 + 100) = (2 + 99) = (3 + 98) = \dots$$

$$= (51 + 50) = 101, vb.$$

Böylece 1'den 100'e kadar olan sayıların toplamı $50 \times 101 = 5050$ oluyordu. Bu durum Bruonschweig Dükü'nün ilgisini çekti ve Dük tüm okul masraflarını üzerine alarak 14 yaşındayken Gauss'u Göttingen Üniversitesi'ne gönderdi. Gauss henüz 16 yaşındayken Uranüs'ün yörünge elemanlarını hesapladı ve yer kürenin herhangi bir noktasından yapılan ölçümlerle bu gezegenin yörünge elemanlarını bulmaya yarayan ve günümüzde de hâlâ kullanılan bir yöntem buldu. 1796'da kenar sayısı bir Fermat asalı olan her düzgün çokgenin, sadece cetvel ve pergel kullanarak çizilebileceğini kanıtladı. Bu tür cetvel ve pergel problemleri Antik Yunan'dan beri matematikçileri meşgul ediyordu, dolayısıyla da Gauss'un keşfinin önemi büyüktü. Gauss bu başarısından o kadar memnun oldu ki, mezar taşına bir düzgün onyedigen oyulmasını vasiyet etti. Ne var ki, daireye çok yakın olan bu şeklin oyulması çok zor olacağından, vasiyetini yerine getirecek bir taş ustası bulamadı. 1799 yılında cebirin temel sayıları üzerinde yaptığı çalışmalarıyla Helmsdet Üniversitesi'nde doktor unvanı aldı. Gauss'un doktora tezi, bugün cebirin temel teoremi ismiyle bilinen teoremdir. Yani n dereceli bir polinomun n tane kökü vardır. Cebirsel bir denklemin kökünü $a+ib$ şeklinde göstererek karmaşık sayıları bulmuştur. Gauss ilk ispatının kabul edilmemesi üzerine bu teoremin dört ayrı ispatını yapmıştır. 1989-2001 yılları arasında Gauss'un resmi, bir normal dağılım eğrisiyle beraber, 10 DM banknotlara basılmıştır.



Kapalı Havuz

ON ŞAPKA ON SAYI – YA HEP YA HIÇ

Bu oyunu oynayacak olan on mahkûm bir araya getirilir ve oyunun kuralları açıklanır: "Biraz sonra başlarınıza, üzerinde 1'den 10'a kadar birer tam sayı yazılı şapkalar takılacak. Sayıların birbirinden farklı olması gerekmiyor. Kendi başınızdaki dışında herkesin şapkasındaki sayıyı görebilirsiniz. Şapkalar takıldıktan sonra aranızda konuşmanız, yazışmanız, işaretlemeniz kısaca herhangi bir şekilde bilgi alış veriş yapmanız yasak. Daha sonra ayrı ayrı odalara alınarak başınızdaki sayıyı tahmin etmeniz istenecek. Diğerleri tahmininizi duymayacak. Eğer aranızdan birisi doğru tahminde bulunmuşsa hepiniz affedileceksiniz. Hiç kimse doğru tahminde bulunamazsa ya da iki veya daha fazla sayıda mahkûm doğru tahminde bulunursa hepiniz hücrelerinize geri döneceksiniz. Şapkaları takmadan önce bir saat süreniz var. Aranızda istediğiniz stratejiyi belirleyebilirsiniz. Ama unutmayın, bu süre dolduktan sonra hiç bir şekilde birbirinizle konuşamayacak, işaretlemeyeceksiniz." Mahkûmları kurtaracak bir strateji bulabilir misiniz?



Eğlence Havuzu

ASALLARIN SAYISI

101, 10101, 1010101, 101010101, ... şeklinde devam eden sayılar arasında kaç asal sayı vardır?

100 ELDE ETME

Aşağıdaki sayıların (sırasını değiştirmeden) aralarına sadece +, -, x veya / sembollerini koyarak ve istediğiniz kadar parantez kullanarak 100 elde edebilir misiniz?

Örnek:

5, 5, 9, 8 ve 3 sayıları kullanılırsa
 $5/5 + 9 \times (8+3) = 100$ elde edilir.
 7, 4, 3, 6 ve 2 sayıları kullanılırsa
 $7 \times 4 + (36) \times 2 = 100$ elde edilir.

259492 314739
 668121 68944
 81785

SARMAŞIĞIN UZUNLUĞU

Çevresi 5 metre, gövdesinin yüksekliği 12 metre olan ulu bir ağacın gövdesine sarılı sarmaşık, ağacın etrafını tam 7 kez dönerek gövdenin tepesine ulaşmıştır. Ağacın gövdesini dairesel silindirik kabul ederek sarmaşığın uzunluğunu hesaplayabilir misiniz?

12 cm





Olimpik Havuz

POLİNOMLAR

$P(P(x)).P(x^2-1) = P(3x)^3 - P(x)$
şartını sağlayan tüm gerçel katsayılı P polinomlarını bulunuz.

GEOMETRİ

Bir küpün 12 kenarının her birinin bir düzlem ile yaptığı aç x ise $\sin x$ nedir ?



Süs Havuzu

DOKUZ 6 ve 2014

$6! + 6! + 6! - 6! \div 6! - 6! \div (6 \times 6) - 6 = 2014$

GEÇEN SAYININ ÇÖZÜMLERİ

Kum Havuzu

12 EKMEK

12 kişilik ailedeki yetişkin erkek sayısını x , yetişkin kadın sayısını y ve çocuk sayısını z ile gösterelim. Bu durumda $x+y+z=12$ ve $2x+y/2+z/4=12$ olur. Buradan $7x+y=36$ elde edilir. x, y ve z tam sayı olacağından $x=5, y=1$ ve $z=6$ elde edilir.

AÇ KALAN FARE

Farenin peynir bulup yediği günlerin sayısını x , aç kaldığı günlerin sayısını y ile gösterelim. Bu durumda $x+y=20$ ve $2x-3y=5$ olur. Buradan $x=13$ ve $y=7$ elde edilir.

Eğlence Havuzu

100 ELDE ETME

16695 16+6*(9+5)
88992 8/8+9*(9+2)
477599 (4+7)*7+5+9+9
694929 6-(9-4)+9*(2+9)
167776 (16-7)+7*(7+6)

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Yunus Bayar, Halit Erkey Bozkurt, ...)

SEHPA

58 cm veya 10 cm (Doğru cevap gönderen okurlarımız: Çağrı Kara, Ufuk Yıldırım, ...)

KAÇ FİNDIK

En hafif üçünün ve en ağır üçünün toplamı 20 gramdan az olduğu için, Temel'in avucunda başka fındıklar da olması kaçınılmazdır. Toplam ağırlığı 8 gram olan diğer fındıkların sayısını N ile gösterirsek, ortalama ağırlıkları da $8/N$ olur. En hafif üçünün ortalama ağırlığı $5/3$ ve en ağır üçünün ortalama ağırlığı $7/3$ olduğu için diğerlerini $5/3 < 8/N < 7/3$ şeklinde yazabiliriz. Buradan $24/7 < N < 24/5$ veya $3,4 < N < 4,8$ elde edilir. Sonuç olarak, N bir tam sayı olduğundan, $N=4$ bulunur. O halde Temel'in avucunda toplam 10 fındık vardır.

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Barış Kırım, İrem Nur Öksel, ...)

YAŞ HESABI

Mesut beyin bu seneki yaşını m , oğlununkini ise n ile gösterelim. Bu durumda $m=2n$ ve $m-18=3(n-18)$ olur. Buradan $m=72$ ve $n=36$ elde edilir. (Doğru cevap gönderen okurlarımız: Yusuf Emre Köroğlu, Hasan Caner Bute, ...)

2014 MISIR KESİRLERİ

Eğer 1 sayısını N farklı resiprokalın toplamı şeklinde yazabiliyorsak,

$$a_1, a_2, \dots, a_N \text{ tamsayıları için } 1 = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_N}$$

eşitliği sağlanıyorsa,

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2a_1} + \frac{1}{2a_2} + \dots + \frac{1}{2a_n}$$

eşitliğinden, 1 sayısının $N+1$ farklı resiprokalın toplamı şeklinde de yazılabileceği görülür.

$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ olduğundan, yani 1 sayısını 3 farklı resiprokalın toplamı şeklinde yazılabildiğinden, 4, 5, ..., 2014, ... farklı resiprokalın toplamı şeklinde de yazılabilir.

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Zeynel Abidin Emir ve Tarık Özdemir)

Kum Havuzu

RUS RULETİ

Altıpatlarla oynanan ölümcül bir şans oyunu. Tabancaya tek bir kurşun yerleştirilir ve kurşunun yeri belli olmayacak şekilde top çevrilir. Oyuncular sırayla önce topu çevirip ardından tabancayı şakaklarına dayar ve tetiği çekerek şanslarını dener. Size başlama ya da ikinci olma şansı verilse ne yapardınız? Fark eder mi?

MAVİ OTOMOBİL

A şehrinde bir yayaya çarpan otomobil hızla olay yerinden kaçmıştır. Olayı gören bir kişi otomobilin mavi olduğunu söylemektedir. Polis verilerine göre böyle bir olaya şahit olan tanıkların ifadeleri %80 oranında doğru çıkmaktadır. Öte yandan A şehrindeki tüm otomobillerin %85'inin mavi, %15'inin ise yeşil olduğu bilinmektedir. Kaza yapıp kaçan otomobilin gerçekten de mavi olma olasılığı nedir?

Olimpik Havuz

KÜMELER

$A=\{2,4\}$ ve $B=\{6,12,24\}$ kümeleri, şartları sağlayan iki kümedir ve $A \cup B$ kümesi 5 elemanlıdır.

A kümesinde üç farklı $a < b < c$ elemanı olursa $a+b, a+c, b+c$ elemanları B kümesinde olmalıdır. Bu durumda $\frac{b+c}{a+c}$ sayısı da A kümesinde olmalıdır. Ancak $1 < \frac{b+c}{a+c} < 2$ olduğundan bu mümkün değildir. Yani A kümesinde en çok iki eleman olabilir.

B kümesinde farklı dört $x < y < z < t$ elemanı olursa, birbirlerinden farklı $\frac{t}{x}, \frac{t}{y}, \frac{t}{z}$ sayıları A kümesinde olmalıdır, ancak bu mümkün değildir. Sonuç olarak kümesi $A \cup B$ en çok 5 elemanlı olabilir.

FARKLI KAÇ DEĞER

$$OBEB(a+b, \frac{a^{2014}+b^{2014}}{a+b}) = OBEB(a+b, a^{2013}-a^{2012}b+\dots+b^{2013})$$

$$= OBEB(a+b, -2a^{2012}b+a^{2011}b^2-\dots+b^{2013})$$

$$= OBEB(a+b, 3a^{2011}b^2-a^{2010}b^3+\dots+b^{2013})$$

$$= OBEB(a+b, 2014b^{2013}) = OBEB(a+b, 2014)$$

2014 = 2 · 19 · 53 olduğundan farklı 8 pozitif tam sayı böleni vardır.

Bu bölenlerin her biri için de $b=1$ alınarak örnekler bulunabilir.

Sonuç olarak sorudaki ifade farklı 8 değer alabilir.

Kapalı Havuz

On Mahkûm Bir Lamba – 2

Mahkûmlar aralarından birisini lider olarak belirler. Lider odaya gittiğinde lamba kapalıysa açar, açıksa dokunmadan hücrelerine döner. Odaya götürülen diğer mahkûmların her biri lambayı açık bulduğu ilk iki seferde lambayı kapar ve bir dahaki seferlerde lambayı hiç dokunmadan hücrelerine geri döner. Lider lambayı 19. kez açtıktan sonra "Şu ana kadar her mahkûmun bu odaya en az bir kere gelmiş olduğunu eminim" diyebilir.

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Zeynel Abidin Emir ve Kayra Uygun.)

Çizimler: Rabia Alabay

CANKURTARAN EKİBİ

Ali Doğanaksoy,
Çetin Ürtiş,
Enes Yılmaz,
Fatih Sulak,
Köksal Muş,
Muhiddin Uğuz,
Zülfükar Saygı.



Değerli okurlarımız, Eğlence Havuzu, Kapalı Havuz ve Olimpik Havuz köşelerinde yer alan problemlerden herhangi birinin doğru çözümünü gönderen ilk iki okuyucumuza TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'ndan birer kitap hediye edeceğiz. Çözümlerinizi birlikte posta adresinizi de soruların yayımlandığı ayın ilk 15 günü gerekiyor. Bu sayıdan itibaren dergide yer almayan köşelerimiz, dergide yer alan yazıların daha geniş haline köşelerimiz, ayrıntılarına ve doğru cevap gönderen tüm okurlarımızın isimlerine www.biltek.tubitak.gov.tr adresinden ulaşabilirsiniz.