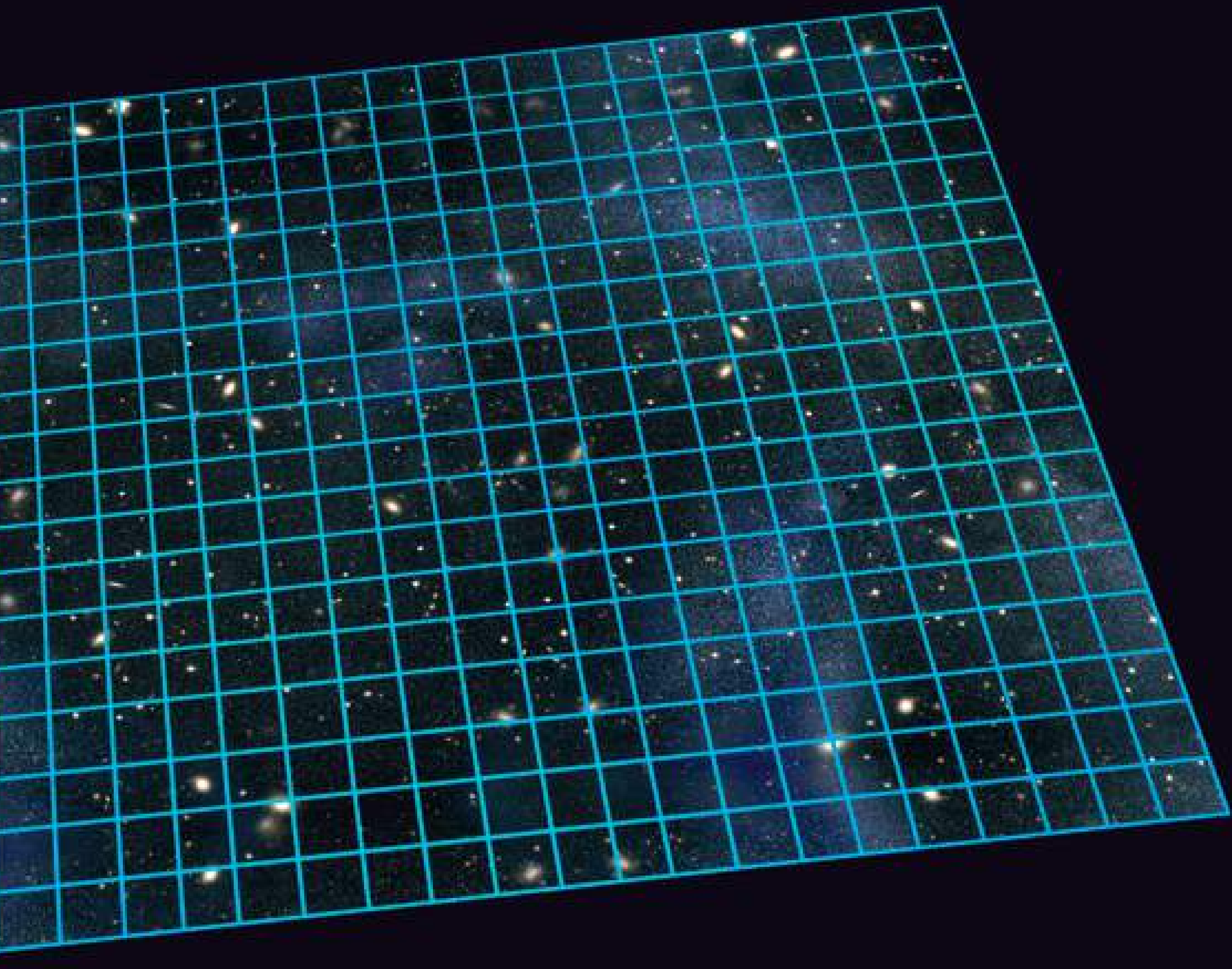
KOZMİK
TOPOLOJİ

Dr. Mahir E. Ocak | *TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Bilimsel veriler, evrenin büyük ölçekteki yapısının düz olduğuna işaret ediyor. Ancak bu durum, evrenin basit bir şekli olduğu anlamına gelmiyor. Üç boyutlu düz uzayların sahip olabileceği 18 ayrı topolojik yapı var. Son bilimsel çalışmalar da evrenin sıra dışı bir şekle sahip olmasının ihtimaller dâhilinde olduğunu gösteriyor.



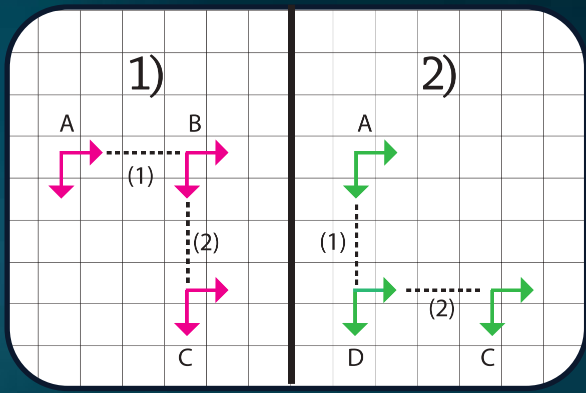
HENNING DALHOFF / SPL

Dünya'nın yüzeyinin mükemmel bir küre olduğunu varsayalım. İlk bakışta çok eski zamanlardaki insanlar gibi, yeryüzünün dümdüz, sonsuza kadar uzandığını zannedebilirdiniz. Ancak bu durumun nedeni, kürenin yarıçapının aşırı büyük olmasıdır. Bu farazi kürenin üzerinde doğrultunuzu değiştirmeden durmaksızın yol alırsanız, kürenin geometrik şeklinin bir sonucu olarak, eninde sonunda yolculuğunuza başladığınız noktaya geri dönersiniz. Peki ya içinde bulunduğumuz evren? Eğer belirli bir doğrultu da hiç durmaksızın yol alabilseydik eninde sonunda başladığımız noktaya geri döner miydik? Yoksa uzay her yönde sonsuza kadar uzanmakta mıdır? Bugün evrenin şeklinin tam olarak ne olduğu bilinmiyor. Bilimsel çalışmalar uzayın ortalama olarak "düz" ya da düze çok yakın olduğunu gösterse de üç boyutlu düz uzayların sahip olabileceği çok çeşitli şekiller vardır. İçinde bulunduğumuz uzayın sahip olabileceği şekilleri ve özellikleri anlamak için önce geometri ile ilgili bazı temel kavramlara göz atmamız gerekecek.

Eğri ve Düz Uzaylar

Bir yüzeyin eğri mi yoksa düz mü olduğu nasıl anlaşılabilir? Bir masanın yüzeyi düzdür. Bir küre eğiktir. Peki ya sonsuz uzunluktaki bir silindirin yüzeyi?

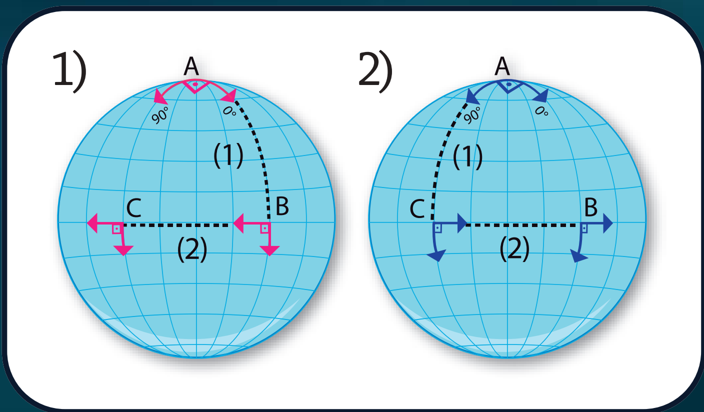
Eğri mi yoksa düz mü olduğunu anlamaya çalıştığınız yüzeyin üzerinde rastgele bir nokta işaretleyin. Bu noktadan farklı yönlere bakan iki vektör alın. Daha sonra seçtiğiniz noktadan başlayarak, (1) önce birinci vektör yönünde belirli bir mesafe, sonra ikinci vektör yönünde belirli bir mesafe yol alın; (2) aynı işlemleri bir de sıralarını değiştirerek tekrarlayın. Eğer (1) ve (2) numaralı işlemlerin sonucunda vardığınız noktalar aynıysa yüzey düzdür, değilse eğiktir. Geometride bir yüzeyin eğriliğini nicelendirmek için kullanılan eğrilik tensoru da burada sözlü olarak ifade edilen bu prosedürün matematiksel formülasyonuna dayanır. Yukarıdaki prosedürü bir masanın yüzeyine benzer bir yüzeye uygulamak görece kolaydır. Prosedürü uygulayarak takip ettiğiniz her iki rota da aynı noktada sonlanır (*bkz.* aşağıdaki çizim).



Masanın yüzeyine benzer bir uzayın düz olduğunun matematiksel olarak doğrulanması.

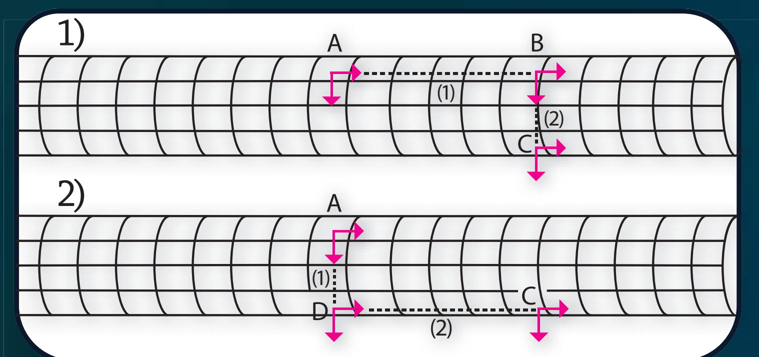
Şimdi de aynı prosedürü r yarıçaplı bir kürenin üzerinde uygulayalım. Yapacağımız işlemlerin sonuçlarını daha kolay görebilmek için kürenin üzerinde yeryüzündeki konumları ifade etmek için kullandığımıza benzer bir koordinat sistemi (paraleller ve meridyenler) olduğunu düşünelim. Başlangıç noktamız kürenin kuzey kutbu (*A* noktası) olsun. Vektörlerden biri '0' meridyeni yönüne, diğeri '90' meridyeni yönüne baksın. Önce '0' meridyeni yönünde ekvatora kadar ($\pi r/2$ uzunluğunda) yol aldığımızı düşünelim. İşlem tamamlanıp *B* noktasına vardığımızda, başlangıçta '90' meridyeni yönüne bakan diğer vektör artık ekvator doğrultusunda ve batı yönünde olacaktır. Bu vektör yönünde aynı mesafe ($\pi r/2$ uzunluğunda) yol aldığımızı düşünelim. İki işlem sonucunda '90' meridyeni ile ekvatorun kesiştiği noktaya (*C* noktasına) varırız. Şimdi de işlemlerin sırasını değiştirelim. Yine kutup noktasından başlayarak önce '90' meridyeni yönünde ekvatora kadar ($\pi r/2$ uzunluğunda) yol alalım. Bu işlem sonucunda *C* noktasına vardığımızda başlangıçta '0' meridyeni yönünde olan diğer vektör artık ekvator doğrultusunda ve doğu yönünde olacaktır. Bu vektör yönünde aynı mesafe ($\pi r/2$ uzunluğunda) yol aldığımızda ise ekvator ile '0' meridyeninin kesiştiği noktaya (*B* noktası) varırız. Bu nokta daha önceki varış noktasından farklıdır. İki işlemin sırası değiştirildiğinde varış noktalarının değişmesi uzayın eğriliğinin bir sonucudur.

Yukarıdaki prosedürü sonsuz uzunluktaki bir silindirin yüzeyine uygulamak görece basittir. Tıpkı ilk örneğimizde olduğu gibi yüzeyin düz olduğu sonucuna varırız (*bkz.* aşağıdaki şekil). Bu uzayın bize düz değil de eğikmiş gibi



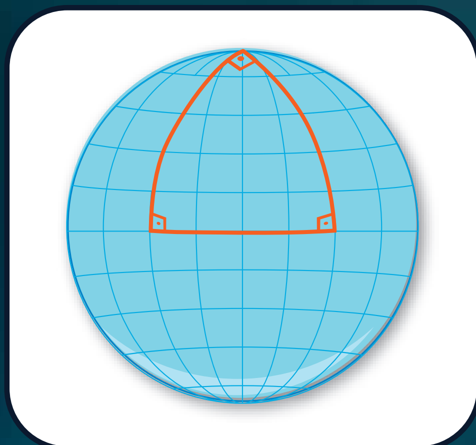
Kürenin eğik olduğunun matematiksel doğrulaması. İki işlemin sırası değiştiğinde varış noktalarının farklı olması uzayın düz olmadığını gösterir.

görünmesinin nedeni, bizim ona üç boyuttan bakmamız, silindirin bir "içi" ve "dışı" olduğunu görmemizdir. Ancak bu bakış açısı yanıltıcıdır. Eğer buna benzer iki boyutlu bir uzayda yaşayan canlılar olsaydık üç boyutlu bir uzayın içine gömülü iki boyutlu bir silindiri gözümüzde canlandırmamız pek kolay olmazdı. Bu uzayda yaşayan canlılar, uzayın bir yönde (silindirin ana ekseni boyunca) sonsuz, diğer yönde ise periyodik olduğunu gözlemlerdi.



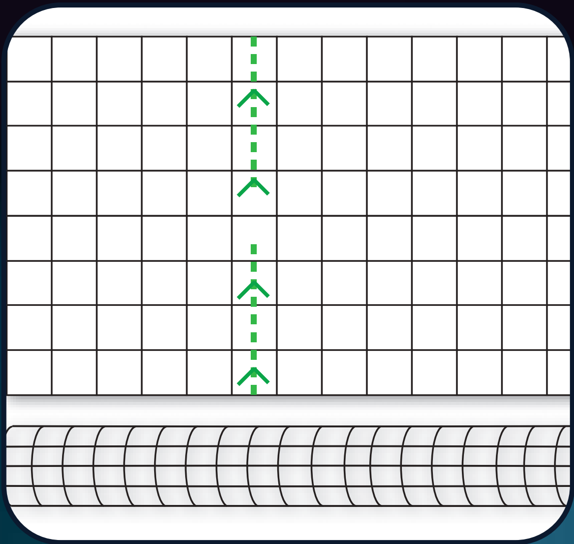
Silindirin yüzeyinin düz olduğunun matematiksel doğrulaması. İki işlemin sırası değiştirildiğinde varış noktalarının aynı olması uzayın düz olduğunu gösterir.

Bir silindirin yüzeyi düz olduğu için düzlem geometri (Öklidyen geometri) ile ilgili tüm bilgiler bu uzayda da geçerlidir. Örneğin düzlem geometride bir üçgenin iç açılarının toplamı 180 derecedir. Benzer biçimde bir silindirin yüzeyinde çizilecek bir üçgenin iç açılarının toplamı da her zaman 180 derece olur. Aynı durum eğik uzaylar için geçerli değildir. Örneğin yukarıdaki küre örneğinde A, B ve C noktalarını birleştirerek elde edilecek bir üçgenin tüm açıları dik açıdır (90 derece) ve dolayısıyla iç açılarının toplamı 270 derecedir. Bir kürenin eğriliği "pozitif" olduğu için bu yüzeyde çizilecek herhangi bir üçgenin iç açılarının toplamı her zaman 180 dereceden daha büyük olur.



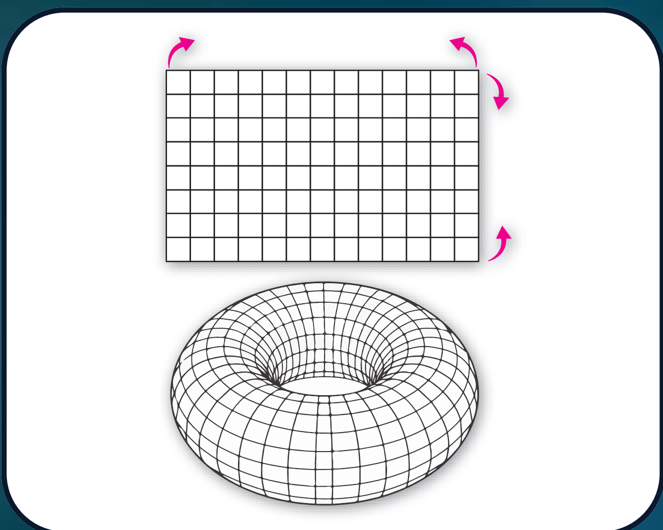
Kürenin üzerinde çizilmiş, tüm açıları dik açı olan bir üçgen. Kürenin eğriliği pozitif olduğu için kürenin üzerinde çizilecek herhangi bir üçgenin iç açıları toplamı her zaman 180 dereceden büyük olur.

Silindirin yüzeyine benzer bir uzayı elde etmenin bir yolu, sonsuz uzunlukta düz bir şeridi alıp karşılıklı kenarları birbirine yapıştırmaktır. Alternatif olarak kenarları birbirine yapıştırmak yerine, uzayın bir kenarından "çıkıldığında" diğer kenarından "geri girildiğini" de düşünebilirsiniz.



Bir yönde sonsuz, diğer yönde periyodik olan bir uzayı betimlemenin farklı yolları. Üstteki açık çizimde uzay, sonlu olduğu yönde periyodik olduğu için bir kenardan çıkıldığında diğer kenardan geri girilir. Silindir biçimli çizim, bu durumu betimlemenin daha iyi bir yolunu sunar.

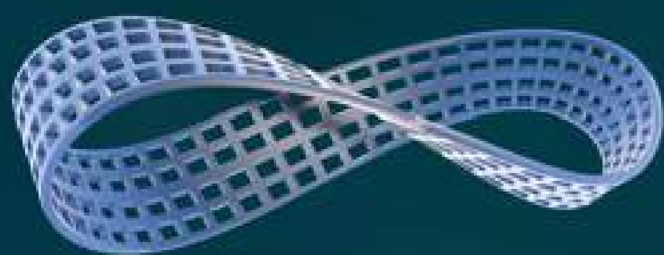
Silindirin yüzeyi bir yönde periyodiktir: Silindirin ana eksenine dik doğrultuda yol aldığınızda eninde sonunda başlangıç noktasına geri dönersiniz. Ancak iki boyutlu düz bir uzay, her iki yönde periyodik olabilir tabii. Böyle bir uzayı dikdörtgen biçiminde betimleyebiliriz. Öyle ki bu uzayın herhangi bir kenarından çıkıldığında karşı taraftaki kenarından geri girilir. Bu uzayı betimlemenin daha iyi bir yoluysa karşılıklı kenarları birbirine yapıştırmaktır. Bu işlem sonucunda iki boyutlu bir torus elde ederiz (*bkz.* aşağıdaki şekil).



Her iki yönde de periyodik olan düz bir uzayı betimlenin iyi bir yolu karşılıklı kenarları birbirine yapıştırmaktır. Böylece bir torus elde ederiz.

Bir masanın yüzeyi, bir silindir ve bir torus, her ne kadar bu uzayların tamamı düz olsa da topolojik özellikleri bakımından birbirlerinden ayrılırlar. Topoloji, geometrik nesnelerin sürekli deformasyonlar altında değişmeyen özellikleriyle ilgili matematik dalıdır. Bir masanın yüzeyi sonlu büyüklüktedir, her iki yönde de sınırlıdır. Örneğimizdeki silindirin yüzeyi, bir yönde sonsuza kadar uzanırken diğer yöndeki büyüklüğü sınırlıdır. Üstelik sınırlı büyüklükte olduğu yönde periyodiktir. Torus ise masanın yüzeyi gibi sonlu büyüklükte olsa da masanın yüzeyinin aksine her iki yönde de periyodiktir.

Möbius Şeridi ve Büklümlü Uzaylar



ALFRED PASIEKA / SPL

Möbius şeridi

Sonlu uzunluktaki bir şeridi ele alalım. Bu şeridin karşılıklı iki kenarını birbirine bağlamanın bir yolu, basitçe aynı taraftaki karşılıklı noktaları birbirine yapıştırmaktır. Alternatif olarak karşılıklı kenarları birbirine yapıştırmadan önce şeridi, yukarıdaki çizimdeki gibi 180 derece bükebilirsiniz. Her iki durumda da şerit boyunca ve şeridin kenarlarına paralel olarak yol alındığında başlangıç noktasına dönmek mümkündür. Ancak Möbius şeridi olarak adlandırılan büklümlü şeritte bunu başarmak için şeridin etrafında bir değil iki tur atılması gerekir (*bkz.* aşağıdaki grafik). Bir uzayın yapısının büklümlü ya da büklümsüz olması, gözlemler açısından da önemli bir fark yaratır.

Büklümlü bir uzayda, uzayın kenarına paralel biçimde yol alarak başlangıç noktasına geri dönebilmek için uzayın etrafında bir değil iki tur atmak gerekir.

Möbius şeridi benzeri bir uzayda yaşayan “iki boyutlu bir insanın” sağ eline uygun bir eldiven olduğunu düşünelim. Bu eldiveni alıp şeridin etrafında bir tur attırırsanız sol elli bir eldivene dönüştüğünü göreceksiniz. Eldivenin yeniden sağ elli olması için şeridin etrafından bir tur daha döndürmeniz gerekecek.

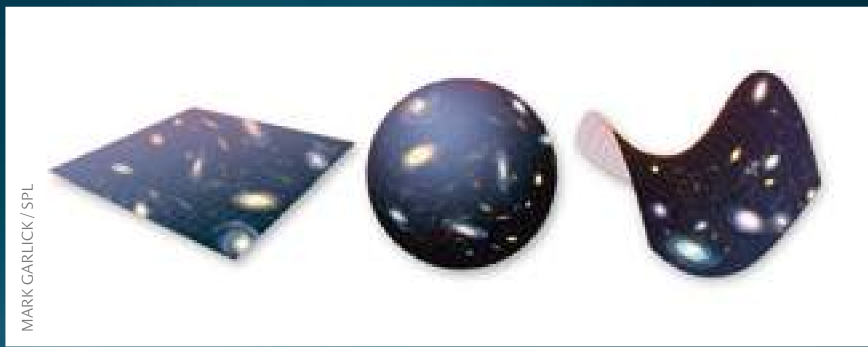
Möbius şeridi benzeri büklümlü bir uzayda periyodik yönde bir tur döndürülen bir sağ elli eldiven, sol elli eldivene dönüşüyor. Eldivenin yeniden sağ elli olması için uzayın etrafında bir tur daha döndürülmesi lazım.

Şimdi de Möbius şeridi benzeri bir uzayda yaşayan bir astronomun evreni gözlemlediğini düşünelim. Uzay bir yönde periyodik olduğu için gök bilimci, belirli bir kozmik yapıyı uzayda iki ayrı yöne bakarak da görebilir. Şayet uzay büklümsüz olsaydı iki görüntü birbirinin aynısı olurdu. Ancak uzay büklümlü olduğu için görüntüler aynı biçimli değil, birbirinin simetriği olacaktır (*bkz.* aşağıdaki grafik).

Periyodik boyutlara sahip bir uzayda aynı yapılar, birden fazla yönde gözlemlenebilir. Eğer periyodik boyutlar büklümlüyse görüntüler birbirinin aynısı olmaz. Yukarıdaki grafikte astronom bir yöne baktığında kareyi üçgenin üstünde, diğer yöne baktığında üçgeni karenin üstünde görüyor.

Üç Boyutlu Düz Uzay Topolojileri

Buraya kadarki örneklerin tamamı iki boyutlu uzaylardı. İçinde bulunduğumuz uzay ise üç boyutlu. Üç boyutlu uzaylar da iki boyutlu uzaylar gibi sonlu ya da sonsuz büyüklükte, bir ya da birkaç yönde periyodik ve hatta büklümlü ya da büklümsüz olabilir. İki boyutlu düz uzayların periyodik boyutlarını betimlemek için uzayın “kenarlarını” birbirine yapıştırıyorduk. Çünkü iki boyutlu uzayların “sınırları” kenarlarıdır. Üç boyutlu uzaylardaki periyodik boyutları betimlemek içinse “yüzeyleri” birbirine yapıştırmak gerekir. Çünkü üç boyutlu uzayların sınırları yüzeylerdir. Bu yüzeyler birbirine yapıştırılırken bükülebilir. Hangi açılarla bükülebilecekleri ise yapıştırılacak yüzeylerin şekline bağlı olarak değişir. Örneğin dörtgen yüzeyler 90 ya da 180 derece bükülerek, altıgen yüzeylerse 120 ya da 240 derece bükülerek yapıştırılabilir. Ayrıca yüzeyler iç ve dış kısımları ters çevrilerek (ters yüz edilerek) de birbirine yapıştırılabilir. Tüm bu topolojik yapıları betimlemek ya da gözümüzde canlandırmaksa iki boyutlu uzaylarda olduğu kadar kolay değildir.


MARK GARLICK / SPL

Üç boyutlu düz uzayların sahip olabileceği yapıların en basiti, uzayın her üç yönde de sonsuz büyüklükte olmasıdır. Alternatif olarak bir ya da iki boyutta sonsuz, diğer boyutlarda periyodik olabilir. Ayrıca her üç boyutta da periyodik olabilir. Uzayın periyodik olduğu boyutlardaki yüzeylerin birbirine nasıl yapıştırılabileceği ile ilgili tüm alternatifler göz önüne alındığında, üç boyutlu düz uzayların sahip olabileceği 18 ayrı topolojik yapı vardır.

Kozmik Topoloji

Genel görelilik kuramı, uzayın şeklinin madde ve enerji tarafından belirlendiğini söyler. Ancak genel görelilik, evrenin"yerel" ölçekteki geometrisiyle ilgilidir. Evrenin büyük ölçekteki topolojisi hakkında ise bir şey söylemez. Büyük patlama sırasında meydana gelen kuantum mekaniksel süreçler, uzayın karmaşık bir topolojiye sahip olmasına yol açmış olabilir.

Bilimsel gözlemler, içinde bulunduğumuz uzayın büyük ölçekte ortalama olarak düz olduğuna işaret ediyor. Ölçümlerdeki hata payları göz önüne alındığında uzayın çok ufak bir olasılıkla eğik olma ihtimali de var.

Eğer büyük ölçekte gerçekten de düzse bu durum, uzayın topolojik yapısı ile ilgili bilimsel çalışmalar açısından önemli kolaylık sağlayacaktır. Çünkü her ne kadar eğik uzayların sahip olabileceği topolojik yapıların sayısı sonsuz olsa da düz uzayların sahip olabileceği topolojik yapıların sayısı 18 ile sınırlı. Bu 18 yapının büyük çoğunluğunda, Möbius şeridindekine benzer biçimde, aynı kozmik yapıları birden fazla yönde gözlemlemek mümkün. Üstelik aynı yapının, kaç farklı yönde ve aynı biçimlerde mi yoksa farklı biçimlerde mi gözlemlendiğine bakarak uzayın topolojik yapısının belirlenmesi mümkün olabilir.

Şunu da belirtelim ki içinde bulunduğumuz uzayın bazı boyutları periyodik olsa bile "bugün itibariyle" bunu tespit etmek mümkün olmayabilir. Çünkü tekrar eden örüntüleri gözlemleyebilmek için uzayın aynı bölgesinden yayılan ışığın birden fazla yoldan bize ulaşması gerekir. Ancak ışık, uzayda sonlu hızla yayılır. Dolayısıyla, eğer uzayın periyodik olduğu boyutların uzunluğu, ışığın aradan geçen zamanda bize ulaşmasına imkân vermeyecek kadar büyükse gözlemler yoluyla periyodik boyutların varlığı bugün için tespit edilemez. Kısacası, evreni gözlemleyerek tekrar eden örüntüler tespit etmek, periyodik boyutların varlığını doğrulayabilir. Tekrar eden örüntülerin tespit edilememesi ise periyodik boyutların varlığını yanlışlamaz. Belki de tekrar eden örüntüleri gözlemlemek için birkaç milyar yıl daha beklememiz gerekiyor.

Bilimsel Çalışmalar

Eğer varsa, uzaydaki tekrar eden örüntüleri gözlemleme şansımızı artırmak için zamanda mümkün olduğu kadar geriye bakmak gerekiyor. Bu konuda öne çıkan ilk alternatif de kozmik artalan ışıması. Bütün uzayı neredeyse homojen bir biçimde dolduran bu ışıma, Büyük Patlama'nın 300.000 yıl sonrasından beri serbestçe uzayı dolaşıyor.

Bugüne kadar üzerinde en çok durulan topolojilerden biri 3-torus. İki boyutlu torusu, dörtgen biçimli bir uzayın karşılıklı kenarlarını birbirine yapıştırarak elde etmiştik. Üç boyutlu torus ise üç boyutlu geometrik nesnelerin karşılıklı yüzeylerinin birbirine yapıştırılmasıyla elde edilir.

2000'lerde ve 2010'larda kozmik artalan ışımasında tekrar eden örüntüler tespit etmek için çalışmalar yapılmışsa da olumlu bir sonuç alınamamıştı. Bu yüzden bugün, gök bilimciler arasında evrenin basit bir yapıda olduğu düşüncesi hâkim. Ancak kendilerine COMPACT iş birliği adını veren bir grup araştırmacı, kozmik artalan ışıması ile ilgili en güncel verileri analiz ederek şaşırtıcı sonuçlara ulaştı. Araştırmacılar karşılıklı dörtgen yüzeylerin 0, 90, 180 derece


MEHAU KULYK / SPL

döndürülerek yapıştırıldığı üç ayrı 3-torusa odaklandı. Sonuçlar, eğer periyodik boyutlar gözlemlere izin verecek derecede küçükse, uzayın büklümsüz 3-torus yapısında olmadığını gösteriyor. Ancak analizlere göre, bugün itibariyle uzayın periyodik yapısını gözlemlemek mümkünse dahi, evrenin büklümlü 3-torus yapısında olması ihtimali sıfır değil. Büklümlü toruslar, düz uzayların sahip olabileceği topolojiler arasında görece basit kalıyor. Dolayısıyla elde edilen sonuçlar, araştırmada ele alınmayan daha karmaşık yapılı diğer topolojilerden birinin doğru olma ihtimalinin de olduğunu gösteriyor. Araştırmacılar, gelecekte daha kapsamlı çalışmalar yapmayı planlıyor. Ancak evrenin büyüklüğü ve sıra dışı topolojilerin izlerini tespit etmenin zorluğu düşünüldüğünde bu araştırmaların uzun zamana yayılması bekleniyor. Araştırmacılar, hesapları hızlandırmak için makine öğrenmesi yöntemlerinden yararlanmayı planlıyor. Ayrıca Avrupa Uzay Ajansına ait Euclid Teleskobu'nun evrendeki galaksi dağılımı üzerine topladığı verilerde sıra dışı kozmik topolojilerin izlerinin aranması da planlanıyor.

Gözlemler, uzayın büyük ölçekte ortalama olarak düz olduğuna işaret etse de bu durum, evrenin basit bir yapısı olduğu anlamına da gelmiyor. Son bilimsel çalışmalar, uzayın karmaşık bir topolojiye sahip olmasının ihtimaller dahilinde olduğunu gösteriyor. Uzayın yapısının bilimsel çalışmalarla tespit edilmesi, evrenin oluşumunu anlamak açısından da önemli. Örneğin evrenin erken dönemlerinde madde ve ışık arasındaki etkileşimler, uzayın topolojik yapısı tarafından etkilenmiş olabilir. Kozmik topoloji üzerine yapılan araştırmalar sayesinde Büyük Patlama'nın doğası daha iyi anlaşılabilir, evrenin erken dönemleri ile ilgili kuramlar iyileştirilebilir. ■

Kaynaklar

Akram, Yashar, ve ark., "Promise for Future Searches of Cosmic Topology", Physical Review Letters, Cilt 132, Makale No: 171501, 2024.

Bischoff, Manon, "How Many Holes Does the Universe Have?", Scientific American, https://www.scientificamerican.com/article/how-many-holes-does-the-universe-have/ , 31 Mayıs 2024.

Day, Charles, "The Universe's Topology May Not Be Simple", Physics, Cilt 17, s. 74, 2024.