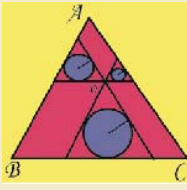




Matematiğin Birleştirici Gücü :

ABC üçgeninin içinden herhangi bir O noktasını alalım ve bu noktadan her kenara şekildeki gibi birer paralel çizelim. Şimdi de oluşan kü-



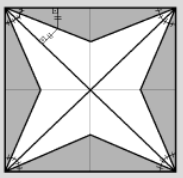
çük üçgenlerin içine birbirlerinden habersiz yarıçapları r_1, r_2, r_3 olan üç küçük iç teğet çemberini yerleştirelim. Birbirlerinden ne kadar habersiz olurlarsa olsunlar matematik onları bir formülde birleştiriyor: ABC üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı r ise $r = r_1 + r_2 + r_3$ eşitliğinin doğru olduğunu kanıtlayınız.

Son Duraklar (495-6174):

Üç basamaklı ve rakamlarının hepsi aynı olmayan abc sayısına x diyelim. x 'in rakamlarının yerlerini değiştirerek elde ettiğimiz en büyük sayıyı x^1 en küçük sayıyı da x_1 ile gösterelim. $y = x^1 - x_1$ farkını bulup x için yaptığımızı bu sefer de y için yapalım yani $z = y^1 - y_1$ farkını hesaplayalım. Hesaplamayı bu şekilde devam ettirdiğimizde sonuçta daima 495 sayısına, dört basa-

Geçen Ayın Çözümleri

Geometrik Olasılık :



Bir açırtaydan kenarlara inilen dikmelerin uzunluklarının eşit olduğunu hatırlayalım. Buna göre koyu gri bölgeden alacağımız herhangi bir nokta, karenin kenarına köşegeninden daha yakın olur. Ulaş-

tiğimiz bu sonuçtan sonra geriye sadece koyu gri bölgenin, tüm karenin kaçta kaç olduğunu bulmak kalıyor. İç açortay teoremini kullanarak bu oranı hesapladığımızda $1/(1+\sqrt{2})$ olduğunu görüyoruz. Çıkan 0,4142... değeri aynı zamanda rasgele seçilen noktanın en yakın kenara olan uzaklığının en yakın köşegenine olan uzaklığından az olma olasılığını da verir. Sonuç yaklaşık olarak %41,4'tür.

a ve b'nin Maceraları :

a'nın tüm bölenlerinin oluşturduğu grup $a, b, c, \dots, k$ 'dır. a 'yı bu gruptan alınacak bir elemanla bölersek sonuç yine bu grubun elemanı olacaktır. Buna göre:

$$\alpha\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \dots + \frac{1}{k}\right) = a + b + \dots + k \quad \text{ve}$$

$$\beta\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{t} + \dots \frac{1}{z}\right) = s + t + \dots + z, \text{ 'dir.}$$

Bu iki denklemin sağ tarafları soruya göre eşittir o halde sol tarafları da eşit olmalıdır. Yine soruda parantez içindeki değerlerin eşit olduğu verilmiştir. O halde a ve b da birbirine eşit olmak zorundadır.

Matematiğin Amansız Düşmanı :

Şeklin sol bölümünde, kenarı a olan bir karenin

maklı sayılarda da 6174 sayısına ulaşıyor. Bu

Mert S. Korkmaz / ANKARA

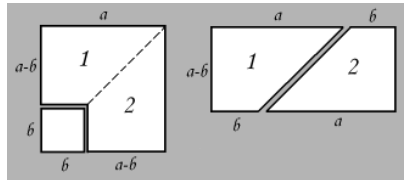
(Bu soruyu Matematik Kulesi'ne gönderen okuyucumuzun adresine TÜBİTAK Yayınları'nın "Matematik Sanatı (Jerry P. King)" adlı kitabı postalanmıştır.)

Olasılık ve Geometri :

Geometri ve olasılığın içiçe olduğu bu soruyu sizinle paylaşmaktan büyük mutluluk duyuyoruz. Sorumuz şöyle: elimizde bir kare var ve bu karenin içinden rasgele bir nokta seçiyoruz. Noktanın, karenin en yakın köşesine olan uzaklığının yarısının en yakın kenarına olan uzaklığından az olma olasılığını bulabilir misiniz?

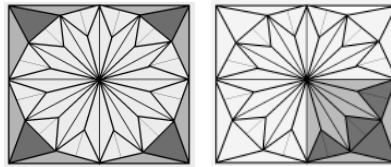
İkiz Asal Sayılar :

Bu sayımızda da asal sayılardan vazgeçemedik. 0 kadar çok ilginç özellikleri var ki daha uzun bir süre sayfamızın şeref konuğu olacaklar gibi gözüküyor. Mesela ikiz asal sayılar özelliği: aralarındaki fark 2 olan asal sayılara ikiz asal sayılar deniyor. Örneğin 5 sayısının 3 ve 7 olmak üzere iki ikizi vardır. 5'ten başka hiçbir asal sayının iki farklı ikizi olamayacağını gösterebilir misiniz?



İçinden kenarı b olan bir kare çıkarılıyor. b kenarlı küçük kareyi atarsak elimizde $a^2 - b^2$ 'lik bir alan kalır. Şimdi bu parçayı şekilde kesik çizgilerle gösterilen yerden ikiye ayıralım ve şeklin sağındaki dikdörtgeni elde edelim. Toplam alanı $a^2 - b^2$ olan 1 ve 2 numaralı parçaları oluşturduğu dikdörtgenin alanı da $a^2 - b^2$ olur. O halde dikdörtgenin alanı olan $(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$ olmalıdır.

Estetik Burada! :



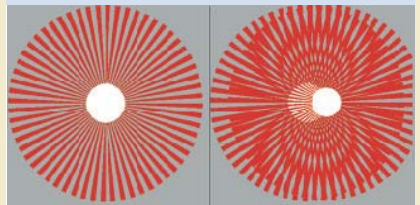
Şekildeki onikigenin 12 eşkenar ve 24 ikizkenar üçgene ayrıldığını görüyorsunuz. İkizkenar üçgenlerin tepe açısı 150 derece ve taban açıları 15'er derecedir. Şekil biraz yanıltıcı olabilir ama açıları hesapladığınızda eşkenar ve ikizkenar üçgenlerin kenar eşitliklerini daha rahat görebilirsiniz. Birim çemberin yarıçapı 1 birim olduğuna göre karenin alanı $2 \times 2 = 4$ birim karedir. Soldaki şekilde 4 eşkenar ve 8 ikizkenar üçgeni gri olarak görüyorsunuz. Dikkat ederseniz sağdaki şekildeki gri olan 4 eşkenar ve 8 ikizkenar üçgen de aynı büyüklükte. Bu durumda onikigenin dışı-
şında kalan alan karenin $1/4$ 'üne eşit oluyor. Öyleyse onikigenin alanı 3 birim karedir.

Matematiğin Şaşırtan Yüzü

MOIRE MOTİFLERİ

Bugüne kadar kaç insan farkettiler bilmiyorum ama matematiğin güzelliklerinden biri olan moire motiflerini keşfedenler büyümekten kurtulamıyorlar. İsminden olsa gerek, ilk başta insana yabancı geliyor moire motifleri. Oysa çok uzagımızda değil; bilgisayar ekranımızda, pencerenin tül perdesinde, gazete sayfalarında, otobüs çitlerinde, üzerimizdeki kıyafette...

Genel olarak tanımlarsak, kendini devamlı tekrarlayan üstüste iki yarı saydam cismin hareketiyle oluşan şekillere moire motifleri deniyor. Mutlaka tül perdenin kıvrıldığı yerlerde oluşan spiralleri ya da daha ilginç örgeleri görmüşsünüzdür. Gözenekli dokumalı kumaşların üstüste geldiği hemen her yerde moire motifleri oluşur. Zaten “moire” sözcüğü Fransız dilinde, dökümlerinde kendine özgü dalgalı parıltılar gösteren belli bir tip ipekli kumaşı adlandırmak üzere üretilmiş eski bir terimdir. Doğada bulunan moire motifini tabi ki kendiniz de üretebilirsiniz. Bunun en kolay yolu da bir asetata ve bir fotokopi kağıdına mümkün olduğunca sık paralel çizgiler bastırarak. Asetati ve fotokopi kağıdını üstüste koyup hareket ettirdiğinizde oluşan geometrik şekiller benim gibi eminim sizi de büyüleyecektir. Hele bir de fotokopi kağıdını %5-10 gibi bir küçültme oranıyla tekrar bastırırsanız hayal bile edemeyeceğiniz şekillerin oluştuğunu göreceksiniz. İşte bu tam da moire motiflerini insanı hayran bırakan özelliği! Birbirinin tamamen aynı olması gereken iki şeklinden birisindeki ufak bir farklılık kendini ilginç bir moire motif olarak gösterir. İki ayrı asetatta paralel çizgiler olsun. Asetatlardaki çizgilerin birindeki küçük bir aç kaymasını gözümüz algılayamaz ama üstüste koyarak hareket ettirdiğinizde oluşan hareketli baklava dilimleri çizgideki farklılığı hemen bize bildirir. Bu özellik sayesinde özel olarak hazırlanmış moire şablonlarıyla üretilen merceklerin odak noktasında oluşabilecek bir hata çok büyük bir kesinlikle saptanabiliyor. Ayrıca ince çizgili, düzensiz motiflerin moire motiflerine yol açmadan basılmasının güçlüçü banknotlarda sahte para basımını engellemek için kullanılıyor.



Resmin sağ tarafında, soldaki şekilden iki tane kullanılarak elde edilmiş moire deseni görülüyor.

Şu ana kadar hep motiflerin güzel özelliklerinden bahsetsek de özellikle basımevleri için moire motifleri, görmek isteyecekleri en son desenlerdir. Gazete ve dergilerdeki fotoğraflarda görebileceğiniz belli belirsiz ve ver çizgiler tüm önlemlere karşın çağa sonucu oluşan moire motiflerinden başka birsey değildir.

Sayfamızdaki yerimiz moire motifleriyle ancak tanışmamıza yetebildi. Önümüzdeki sayıda bu geometrik göz ziyafetinin matematiksel açıklamasını yapmaya çalışacağız. Bu bir aylık sürede aşağıdaki internet siteleri dışında (muhakkak girmenizi öneriyorum) çevrenizdeki moire desenlerini keşfetmeye bakın. Görmek üzere.

<http://www.bu.edu/smec/lite/moire/>
<http://eluzions.com/Illusions/Moire/links.shtml>
<http://www.daube.ch/docu/glossary/moiree.html>