

# Ayın Sorusu

Prof. Dr. Azer Kerimov [ bteknik@tubitak.gov.tr

Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi  
Matematik Bölümü

Soruyu çözüp cevabı ad, soyad, adres ve telefon bilgileri ile birlikte bteknik@tubitak.gov.tr adresine gönderenler arasında çekilişle belirlenecek beş kişiye TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları Yayınları'ndan bir kitap hediye edeceğiz:

Bu ay:

**Matematiğin Aydınlık Dünyası**



**Çözümü ile birlikte  
gönderilmeyen cevaplar  
değerlendirmeye alınmayacaktır.**

Doğru çözüm ve çekiliş sonuçları dergimizin sosyal medya hesaplarından önümüzdeki ayın ilk haftasında duyurulacaktır.

**f** Bilim ve Teknik

**X** tubitakbiltek

**@** tubitakbilimteknik

## Değerli Taşların Sandıklara Dağıtılması



Ali Baba 40 harami tarafından mağarada alıkonulmuştur. Haramiler Ali Baba'nın mağaradan salıverilmesi için ona yapması gereken zor bir ödev tasarlarlar. İlk önce haramiler Ali Baba'ya 33 tane boş sandık verir. Bu 33 sandığın her birinin üzerinde  $1, 2, \dots, 33$  sayılarının biri yazılmıştır ve her  $1 \leq i \leq 33$  tam sayısı bu sandıklardan tam olarak bir tanesinin üzerinde bulunur.

Ödevin kurallarına göre, her işlemde Ali Baba haramilere 33 sayısından büyük olmayan istediği bir pozitif tam sayı söyler ve haramiler de ona söylenen tam sayı miktarında değerli taş verir. Her işlemde Ali Baba'ya verilen değerli taşların hepsi aynı türe aittir ve farklı işlemlerde Ali Baba'ya verilen değerli taşların hepsi farklı türe aittir (örneğin üçüncü işlemde verilen tüm taşlar elmas ve onuncu işlemde verilen tüm taşlar zümrüt olabilir). Ali Baba her işlemin sonunda ona verilen taşları birbirinden farklı olan istediği sandıklara yerleştirir. Ali Baba'ya verilen ödevin hedefi  $1 \leq m < n \leq 33$  olmak üzere, her  $(m, n)$  tam sayı ikilisi için aşağıdaki iki koşuldan her birinin sağlanmasıdır:

Her  $(m, n)$  ikilisi için öyle bir  $X$  değerli taş türü vardır ki:

- $m$  ve  $n$  numaralı sandıkların her birinde birer  $X$  değerli taş bulunur.
- $m$  sayısından büyük ve  $n$  sayısından küçük her  $i$  tam sayısı için,  $i$  numaralı hiçbir sandıkta  $X$  değerli taş bulunmaz.

Haramilerin hazinesinde yeterli sayıda farklı değerli taş türü bulunuyor ve bu türlerin her birine ait en az 33 taş var.

Koşullara göre, Ali Baba aynı sayıyı birden fazla kez söyleyebilir. Birbirinden farklı  $(m, n)$  tam sayı ikilileri için ödevin koşullarını sağlayan değerli taş türleri aynı olabiliyor. Örneğin  $(3, 7)$ ,  $(11, 12)$  ve  $(24, 26)$  tam sayı ikilileri için yakut taşı  $3, 7, 11, 12, 24$  ve  $26$  numaralı sandıklarda bulunup  $4, 5, 6$  ve  $25$  numaralı sandıklarda bulunmazsa bu üç tam sayı ikilisi için gereken tüm koşullar sağlanmış olur. Doğal olarak, bir  $(m, n)$  tam sayı ikilisi için koşulları sağlayan değerli taş türlerinin sayısı birden fazla olabilir. Örneğin  $(14, 17)$  tam sayı ikilisi için  $14$  ve  $17$  numaralı sandıkların her birinde hem topaz hem de lal taşı bulunup  $15$  ve  $16$  numaralı sandıkların hiçbirinde topaz ve lal taşı bulunmazsa koşullar sağlanmış olur.

Ali Baba mağaradan bir an önce kurtulmak için mümkün olacak kadar az işlem sonucunda ödevini tamamlamak istiyor. Ali Baba'nın  $N$  işlem sonucunda ödevini yaparak mağaradan salıverilmesini sağlayan bir strateji varsa bu  $N$  sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

Bulduğunuz  $N$  sayısı için bir strateji örneği verin ve  $N$  sayısının neden daha küçük olamayacağını açıklayın.