Bilim ve Teknik

Schrödinger Denklemi'nin 100. Yılında

Kuantum Mekaniği

1. Bölüm

Dr. Mahir E. Ocak

TÜBİTAK

"Benim mânevi mirasım
ilim ve akıldır."
Mustafa Kemal Atatürk

Bilim ve Teknik Dergisi
Mart 2025 Sayısı
Özel Kitap Eki

İmtiyaz Sahibi
TÜBİTAK Adına Başkan
Prof. Dr. Orhan Aydın

Genel Yayın Yönetmeni ve
Sorumlu Yazı İşleri Müdürü
Ömer Kökçam

Dergiler Müdürü
Kübra Bal Çetinkaya

Yayın Yönetmeni
Dr. Özlem Kılıç Ekici

Editör
Dr. Tuba Sarıgül

Yayın Danışma Kurulu
Ömer Kökçam
Fatma Başar
Kübra Bal Çetinkaya
Dr. E. Sümeyra Turalı Emre
Prof. Dr. Ersin Göğüş
Dr. Berat Z. Haznedaroğlu
Dr. Yeşim İmamoğlu
Prof. Dr. Raif Kandemiroğlu

Schrödinger Denklemi'nin Yüzüncü Yılında Kuantum Mekaniği

(1. Bölüm)

Hazırlayan
Dr. Mahir E. Ocak

Çizim ve Grafik Tasarım
Hüseyin Diker

Kapak görseli: Pitris / iStock

Ön Söz

On dokuzuncu yüzyılın sonlarına gelindiğinde Newton'un hareket yasaları ve elektromanyetik teori, doğada gözlemlenen pek çok olguyu başarılı bir biçimde açıklıyordu. Ancak ilerleyen yıllarda bu klasik teorilerin açıklayamadığı yeni olgular keşfedilecekti. Kuantum teorisi klasik fiziğin yetersiz kaldığı bu fiziksel olgulara bir açıklama getirme çabasının ürünüdür. Başlangıçta Max Planck, Albert Einstein, Niels Bohr gibi kuramsal fizikçiler tekil sorunlara çözüm sunan teoriler geliştirdi. Kuantum teorisinin gelişimindeki en önemli aşamaysa hiç kuşkusuz Avusturyalı fizikçi Erwin Schrödinger'in 1925 yılında bugün kendi adıyla anılan denklemi türetmesi oldu. Kuantum mekaniğinin doğuşu olarak adlandırılabilecek bu başarıdan sonra bilimsel çalışmalar hız kazandı. Önce rölativistik kuantum mekaniği, sonra elektromanyetik kuvvet, güçlü kuvvet ve zayıf kuvvetin kuantum teorileri geliştirildi. Kuantum teorisi atomun yapısından faz dönüşümlerine, kimyasal bağların doğasından ferromanyetizmaya kadar pek çok olguyu başarıyla açıkladı. Ortaya çıkan büyük bilgi birikimi sayısız teknolojinin gelişimine katkıda bulundu. Birleşmiş Milletler, 2025'i, Schrödinger denkleminin türetilmesinin yüzüncü yılı olması dolayısıyla Uluslararası Kuantum Bilimi ve Teknolojileri Yılı olarak ilan etti.

Popüler bilim meraklıları için kaleme alınmış bu kitapçık, kuantum teknolojilerden çok kuantum bilimine odaklanıyor. Birinci kısımda bugün eski kuantum teorisi olarak adlandırılan, modern kuantum teorisinin ortaya çıkmasına katkıda bulunan deneysel ve kuramsal çalışmalardan bahsediliyor. Daha sonra önce Schrödinger'in teorisi, ardından da rölativistik kuantum teorisi ile ilgili temel konulara değiniliyor. "Kuantum Teorisi ve Gerçeklik" başlığını taşıyan bir sonraki kısım kuantum teorisinin bugün hâlâ sorgulanan, tartışmalara konu olan taraflarıyla ilgili. Son kısımdaysa kuantum mekaniğinin günlük hayatta aşina olmadığımız sıra dışı özelliklerinin nasıl yararlı olabileceğini örneklendiren, henüz gelişme aşamasındaki iki teknolojiden bahsediliyor.

Popüler bilim metinlerinde matematiksel ifadelerin kullanılması pek tercih edilen bir durum değildir. Ancak doğayı kavrayışımızda çok büyük değişikliklere yol açmış bir denklemin türetilmesinin yüzüncü yılı olması sebebiyle hazırlanan bir metinde matematiksel ifadelerin hiç kullanılmaması da düşünülemezdi. Kuantum mekaniğiyle ilgili işlemler genel olarak ileri seviyede matematik bilgisi istiyor. Ancak bu kitapçıkta kuantum mekaniğiyle ilgili kavramları daha iyi açıklamak adına kullanılan matematiksel ifadelerin hiçbiri ortaöğretim seviyesinin üzerinde bir matematik bilgisi içermiyor. Eğer henüz orta öğrenimini tamamlamamış genç bir öğrenciyseniz sadece metinlere odaklanarak da pek çok şey öğrenebilirsiniz.

Kitapçıktaki konuların ilginizi çekeceğini ümit eder, keyifli okumalar dileriz.

Dr. Mahir E. Ocak

Notasyon

Å	angström, 10^{-10} m
c	ışık hızı, boşlukta ≈ 300.000 km/s
E	enerji
e^-	elektron
e^+	pozitron
h	Planck sabiti, $6,61$x10^{-34} m^2/kg $\cdot$ s
$\hbar \equiv h/2\pi$	indirgenmiş Planck sabiti
k	Boltzman sabiti, $1,38$x10^{-23} m$^2 \cdot$ /s$^2 \cdot$ K
λ	dalga boyu
m	durgun kütle
ν	frekans
p	momentum
$\partial/\partial s$	Bir s değişkenine göre birinci dereceden kısmi türev
$\partial^2/\partial s^2$	Bir s değişkenine göre ikinci dereceden kısmi türev
ϕ	zamandan bağımsız dalga fonksiyonu
Ψ	zamana bağımlı dalga fonksiyonu
r, θ, φ	küresel polar koordinatlar
T	sıcaklık
t	zaman koordinatı
v	hız
x, y, z	Kartezyen koordinatlar

İçindekiler

1 Eski Kuantum Teorisi **5**

1.1 Kara Cisim Işıması 5

1.2 Fotoelektrik Olay 8

1.3 Compton Saçılması 11

1.4 Işığın İkili Doğası 14

1.5 Bohr Atom Modeli 15

1.6 Franck-Hertz Deneyi 19

1.7 Madde Dalgaları 22

1.8 Davisson ve Germer ile Thomson'un Madde Dalgası Deneyleri 23

1.9 Dalga-Parçacık İkiliği 25

1.10 Özet 26

2 Kuantum Mekaniğinin Temelleri **29**

2.1 Schrödinger Denklemi 30

2.2 Born'un Olasılık Açıklaması 33

2.3 Beklenen Değerler 34

2.4 Zamandan Bağımsız Schrödinger Denklemi 35

2.5 Schrödinger'in Teorisi ve Kuantizasyon 36

2.6 Ölçümler 36

2.7 Süperpozisyon Durumları ve Dalga Fonksiyonunun Çökmesi 37

2.8 Heisenberg Belirsizlik İlkesi 38

2.9 Kuantum Spin ve Pauli Dışarlama İlkesi 39

2.10 Dolanıklık 40

2.11 Basit Sistemler, İlginç Sonuçlar 41

2.11.1 Serbest parçacık 42

2.11.2 Potansiyel enerji duvarı 44

2.11.3 Potansiyel enerji bariyeri, tünelleme 46

2.11.4 Potansiyel enerji çukuru 47

2.11.5 Sonsuz potansiyel enerji çukuru 49

2.12 Atomun Yapısı 55

Kaynaklar **63**

Bölüm 1

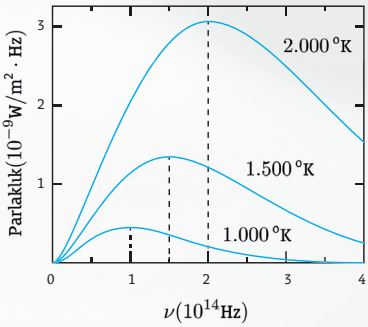
Eski Kuantum Teorisi

Kuantum mekaniğinin geliştirilmesine yol açan süreç, 19. yüzyılın sonunda ve 20. yüzyılın başında klasik fizikte ortaya çıkan çeşitli krizlerin sonucudur. Kara cisim ışıması ya da fotoelektrik olay gibi çeşitli konular üzerine yapılan deneyler, kuramlarla uyumlu sonuçlar vermiyordu. Ayrıca klasik fizik, atomların kararlılığını açıklayamıyordu. Bu sorunlara çare bulmaya çalışan Planck, Einstein, Bohr gibi bilim insanları çareyi klasik fizikle uyumsuz kavramlar ve ilkeler öne sürmekte buldular.

1.1 Kara Cisim Işıması

Sıcaklığı mutlak sıfırın üzerinde olan tüm cisimler etraflarına enerji yayar. Aynı zamanda tüm cisimler bir dereceye kadar üzerlerine düşen ışığı soğurur. Kara cisim terimi üzerlerine düşen herhangi bir dalga boyundaki tüm ışığı soğurabilen cisimleri ifade etmek için kullanılır. Isıl dengedeki bir kara cismin yaydığı ışığın spektrumu, cismin sıcaklığı tarafından belirlenir (*bkz*. Şekil 1.1). İdealize bir kara cismin spektrumu kuramsal olarak hesaplanabilir. Ayrıca laboratuvar ortamında oluşturulan, özellikleri kara cisimlere benzeyen sistemlerle bu kuramsal tahminler test edilebilir.

Doğada gerçek kara cisimler yoktur. Ancak kömür ya da karbon karası gibi maddeler neredeyse idealize kara cisimler gibi ışığı soğurur. Laboratuvar ortamında kara cisim



Eisberg, Resnick

Şekil 1.1: Kara cisimlerin spektrumu sadece sıcaklığa bağlıdır.

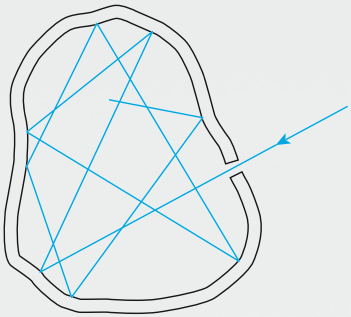
ışıması üzerine deneyler yapmak için uygun sistemlerden biri, çok ufak bir delikle dışarıya açılan oyuklardır (*bkz*. Şekil 1.2). Böyle bir oyuğun içine giren ışığın -delik çok ufak olduğu için- yeniden dışarıya kaçması kolay değildir. Dalga boyu ne olursa olsun, ışık defalarca kez oyuğun duvarlarından yansıyacak ve eninde sonunda soğurulacaktır. Böyle bir oyuk ısıtıldığında dışarıya açılan delikten yayılan ışığın spektrumu, kara cisimlerden yayılan radyasyona benzer. Yayılan radyasyonun spektrumu sürekli olacak yani her dalga boyundan ışık içerecek ve sadece oyuğun sıcaklığına bağlı olacaktır.

J. W. S. Rayleigh, 1900'de kara cisim ışıması spektrumu için bir formül türetmişti:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$$

Bu eşitlikte k, Boltzman sabitini; T, sıcaklığı; ν, frekansı; c, ışık hızını; eşitliğin sol tarafında yer alan u ise boşluğun içinde bulunan ve belirli bir frekansa sahip olan enerji yoğunluğunu ifade eder.

Yirminci yüzyılın başında kara cisim ışıması ile ilgili temel sorun, Rayleight-Jeans (James Jeans, Rayleight'ın hesaplarındaki ufak bir hatayı düzeltmişti.) formülü kullanılarak yapılan hesaplarla deneysel verilerin tam olarak birbirine uymamasıydı. Formülün verdiği sonuçlar ile deneysel veriler sadece düşük frekans değerlerinde uyumluydu. Frekans büyüdükçe veriler ve kuramsal tahminler giderek uyumsuzlaşıyordu (*bkz*. Şekil 1.3). Öyle ki Rayleight-Jeans formülüne göre frekans arttıkça oyuktaki enerji yoğunluğu değerinin de giderek artması gerekiyordu. Ancak



Eisberg, Resnick

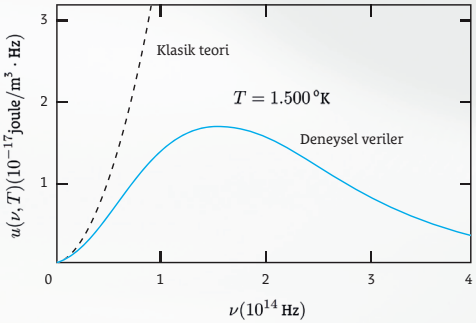
Şekil 1.2: Kara cisim ışıması üzerine deneyler yapmak için uygun sistemlerden biri, ufak bir delikle dışarıya açılan oyuklardır. Oyuktan içeriye giren ışık eninde sonunda soğurulacaktır. Dolayısıyla oyuk, bir kara cisim gibi tüm dalga boylarını soğurur. Oyuktan dışarıya kaçan ışımaysa iç yüzeyden yayılan ışıktan oluşur. Oyuk bir kara cisim gibi ışıma yapar.

deneysel verilerde, çan eğrisi benzeri, artan frekansla birlikte önce artan sonra da azalan bir grafik görülüyordu. Ayrıca şunu da belirtelim ki Rayleight-Jeans formülü deneysel verilerle uyumsuz olmasının yanı sıra fiziksel olarak da imkânsızdı: Tüm frekanslardaki toplam enerji yoğunluğunu hesaplamak için Rayleight-Jeans formülünün frekans üzerinden integralini alırsanız bulacağınız sonuç sonsuz olur!

Kara cisim ışımasına açıklama getiren Alman fizikçi Max Planck oldu. Planck, ilk olarak enerji yoğunluğu için deneysel verilerle uyumlu bir formül buldu. Sonra da bu formülün kuramsal olarak nasıl türetilebileceği üzerine kafa yormaya başladı. İki aylık bir çabanın sonucunda enerji değerlerinin sürekli olmadığını, aksine $\epsilon = h\nu$'nün tam katları olduğunu varsayarak deneysel verilerle uyumlu eşitliğin türetilebileceğini fark etti. Planck'ın öne sürdüğü temel düşünce, bilinmeyen bir nedenle, oyuğun duvarlarının enerjisi $nh\nu$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ olan "kuantumlar" hâlinde radyasyon yaydığıydı. Planck'ın bu varsayımı kullanarak türettiği eşitlik şuydu:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Bu eşitlikteki h sabiti, bugün Planck sabiti olarak adlandırılıyor. Planck'ın eşitliğinin çok küçük frekans değerleri için limitini hesapladığınızda Rayleight-Jeans formülüne



Eisberg, Resnick

Şekil 1.3: Klasik fizik kara cisim ışıması ile ilgili deneysel verileri doğru tahmin etmez.

indirgendiğini görürsünüz.

Planck'ın o dönemki fizik anlayışına getirdiği yenilik, "süreksizlik" kavramı oldu. İlginç noktalardan biri, Planck'ın süreksizliği -uzunca bir süre- doğanın bir özelliği olarak değil sadece doğru sonuca ulaşmak için matematiksel bir yöntem olarak görmesiydi. Bu nedenle birkaç yıl sonra Einstein'ın fotoelektrik olaya getirdiği açıklamaya karşı çıkacaktı. Planck on yıldan uzun bir süre kuantum düşüncesini klasik fiziğin içine katmaya çalıştı. Ancak bu çabaların ortaya çıkardığı yeni düşünceler ve teknikler klasik fiziğin yerini alacak modern kuantum teorisinin gelişimine katkıda bulundu. Planck'ı süreksizliğin doğanın bir özelliği olduğuna ikna eden, kuantum düşüncesinin (paketler hâlinde enerji soğurup yayma düşüncesinin) istatistiksel mekaniğe yaptığı önemli katkılar oldu. Planck bugün kuantum teorisinin kurucusu olarak kabul ediliyor.

1.2 Fotoelektrik Olay

Planck, kara cisimlerin kendi karmaşık doğalarından kaynaklanan fakat bilinmeyen bir sebeple kuantumlar hâlinde enerji yaydığını öne sürmüştü. Birkaç yıl sonra Einstein kuantum düşüncesini bir adım öteye taşıdı. Einstein, ışığın daha sonraları foton olarak adlandırılacak enerji paketlerinden oluştuğunu öne sürdü ve bu düşünceyi fotoelektrik olayı açıklamak için kullandı.

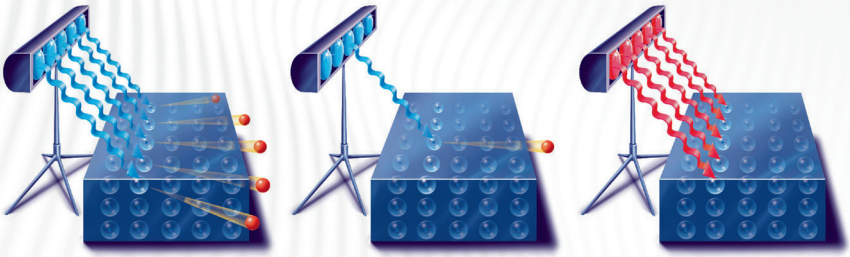
Fotoelektrik olay, 1887 yılında Heinrich Hertz tarafından keşfedilmişti. Hertz, elektromanyetik dalgalar üzerine yaptığı deneyler sırasında, elektrik yüklü bir cismin morötesi ışığa maruz bırakıldığında yükünü daha hızlı kaybettiğini fark etmişti. İlerleyen yıllarda yapılan deneylerde özetle şu bulgulara ulaşıldı:

1. Üzerine radyasyon düşen metal levhalar elektron yayabilir ancak asla pozitif yüklü iyon yaymaz.

2. Levhaların elektron yayıp yaymayacağı, ışığın dalga boyuna bağlı olarak değişir. Genel olarak metalden metale değişen bir eşik değeri vardır. Sadece ışığın frekansının eşik değerin üzerinde olması durumunda bir fotoelektrik akım ortaya çıkar.

3. Eğer bir akım ortaya çıkarsa büyüklüğü ışık kaynağının yoğunluğu ile orantılıdır.

4. Ortaya çıkan fotoelektronların enerjisi, ışık kaynağının yoğunluğundan bağımsızdır. Ancak metalin üzerine düşen ışığın frekansı ile arasında doğrusal bir ilişki vardır.

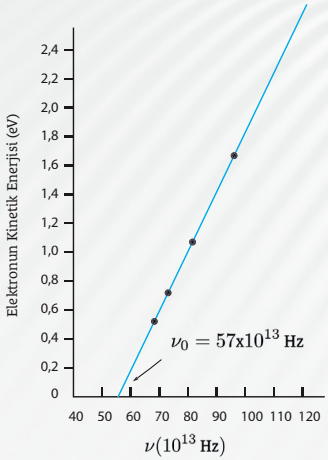


Jacopin / SPL

Şekil 1.4: Işık ışınlarının bir metalden elektron koparabilmesi için içerdiği fotonların enerjisinin belirli bir eşik değerinin üzerinde olması gerekir (solda). Metalden kopan elektronların sayısı ışığın yoğunluğuna (içerdiği fotonların sayısına) bağlı olarak değişir (ortada). Fotonların enerjisi belirli bir eşik değerin altına düştüğünde ışığın yoğunluğu ne olursa olsun metalden elektronlar kopmaz (sağda). *Görsel*: JACOPIN/SPL

Fotoelektrik olayın (*bkz*. Şekil 1.4) yani ışığın metallerden elektron koparmasının varlığı, klasik elektromanyetik teoriden de beklenen bir olgudur. Ancak ışığı sürekli

elektromanyetik dalgalar olarak ele alan, klasik elektromanyetik teori yukarıdaki bulguları açıklayamaz: Eğer ışık sürekli bir elektromanyetik dalgaysa elektronlar üzerlerine düşen ışıktan, ışığın frekansı ne olursa olsun, yavaş yavaş enerji toplamalı ve eninde sonunda içinde bulundukları metalden ayrılmalarına yetecek kadar enerji kazanmalıdır. Bu durumda metalden elektronların kopup kopmamasının nedeni ışığın frekansına bağlı olmamalıdır. Ayrıca metalin üzerine düşen ışığın enerji yoğunluğuna bağlı olarak, metalin üzerine ışık düşmeye başlamasıyla metalden elektron kopmalarının başlaması arasında bir "gecikme" olmalıdır. Deneylerdeyse herhangi bir gecikme gözlemlenmiyordu. Ayrıca klasik teori, ışığın frekansıyla metalden kopan elektronların enerjisi arasındaki doğrusal ilişkiye de (*bkz*. Şekil 1.5) bir açıklama getiremiyordu.



Gasiorowicz

Şekil 1.5: Lityum metalinden kopan fotoelektronların enerjisinin frekansa bağlı olarak değişimi. Işığın frekansı belirli bir eşik değerin üzerine çıkana kadar fotoelektronlar ortaya çıkmaz. Fotoelektronların kinetik enerjisi ile ışığın frekansı arasında doğrusal bir ilişki vardır.

Albert Einstein, frekansı ν olan bir ışık ışınında her birinin enerjisi $h\nu$ olan enerji paketleri olduğunu öne sürdü ve bu düşünceyi kullanarak fotoelektrik olaya açıklama getirdi: Metalden elektron kopması, elektronların ışık ışınından foton soğurmasının sonucudur. Metalden elektron kopması için fotonun enerjisi, elektronların metale bağlanma enerjisinden büyük olmalıdır. Bu da fotonun frekansının belirli bir eşik

değerin üzerinde olmasını gerektirir. Metalden kopan elektronların enerjisi ile ışığın frekansı arasında doğrusal bir ilişki vardır. Çünkü fotonların frekansı ve dolayısıyla enerjisi ne kadar büyükse metalden kopan elektronların enerjisi (fotonun enerjisi – elektronun metale bağlanma enerjisi) o kadar büyük olur. Işık kaynağının yoğunluğu ile ortaya çıkan akımın büyüklüğü orantılıdır. Çünkü ışık kaynağının yoğunluğu arttıkça içindeki fotonların ve dolayısıyla foton soğurarak metalden kopan elektronların sayısı artar. Ayrıca metalin üzerine ışık düşmesi ile elektronların metalden kopmaya başlaması arasında bir gecikme olmaz. Çünkü elektronlar sürekli bir elektromanyetik dalgadan yavaş yavaş enerji kazanmaz, tekil fotonları anlık olarak soğurur.

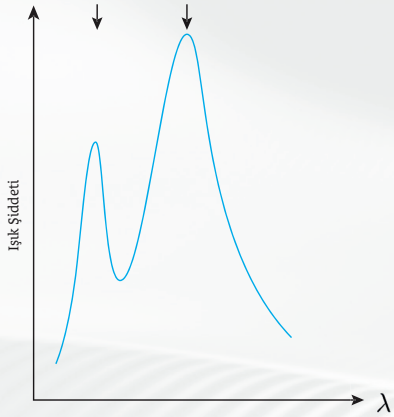
Robert A. Millikan, detaylı deneylerle Einstein'ın açıklamasını doğruladı. Millikan'ın deneyleri ve daha önceleri fotoelektrik olay üzerine yapılan diğer deneyler, ışığın bazen bir parçacık topluluğu gibi davrandığını ve bu parçacıkların tek başlarına etkileşime girebildiğini gösterdi.

1.3 Compton Saçılması

Işığın parçacık doğası hakkında doğrudan kanıt sunan deneylerden biri Compton saçılması deneyleridir. Compton saçılması, elektronlardan saçılan ışık ışınları ile ilgili deneysel verilerin ancak ışığın enerjisi $h\nu$ olan fotonlardan oluşmasıyla açıklanabileceğini gösterir.

Compton deneyler sırasında bir metal folyonun üzerine belirli bir frekansta ışık demeti göndermiş, daha sonra farklı açılarla saçılan ışık ışınları üzerinde ölçümler yapmıştı. Sonuçlar belirli bir açıyla saçılan ışınların içinde iki bileşen olduğunu gösteriyordu (*bkz*. Şekil 1.6). Bileşenlerden birinin dalga boyu folyonun üzerine gönderilen ışın demetininkiyle hemen hemen aynı, diğeri ise bir miktar farklıydı. Bu sonuçlarsa ancak ışık ışınlarının fotonlardan oluşmasıyla açıklanabiliyordu. Dalga boyu neredeyse hiç değişmeyen ışın demeti ağır atomlarla, dalga boyu belirgin olarak değişen ışın demetiyse hafif elektronlarla yaşanan çarpışmaların sonucuydu.

Compton saçılması deneylerini şu şekilde açıklayabiliriz: Bir foton durağan hâldeki bir elektrona çarparak saçılır (*bkz*. Şekil 1.7). Sonuçta fotonun enerjisinin bir kısmı elektrona aktarılır. Çarpışma elastik olduğu için toplam enerji ve momentum korunur. Çarpışma sonucunda fotonun hareket yönü ve dalga boyu değişir. Bu süreçte enerjinin



Gasiorowicz

Şekil 1.6: Compton saçılması deneylerinde metalden saçılan ışının spektrumu. Dalga boyunun metalin üzerine gönderilen ışınınkiyle hemen hemen aynı olduğu düşük dalga boylu (soldaki, yüksek enerjili) sinyal tüm atomla yaşanan çarpışmalardan, dalga boyunun metalin üzerine gönderilen ışınınkinden daha yüksek olduğu (sağdaki, düşük enerjili) sinyalse elektronlarla yaşanan çarpışmalardan kaynaklanır.

korunumu ve momentumun korunumu yasalarını kullanarak hesap yapmak için elektronun enerjisi ve momentumunun yanı sıra fotonun enerjisi ve momentumuna da ihtiyacımız olacak. Frekansı ν olan bir fotonun enerjisinin $h\nu$ olduğunu söylemiştik. Peki bir fotonun momentumu nedir? Özel görelilik kuramı bir parçacığın enerjisi (E), durgun kütlesi (m) ve momentumu (p) arasında şu ilişkinin olduğunu söyler:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

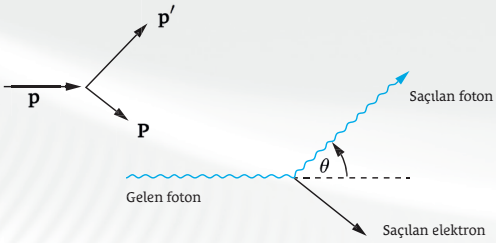
Bu eşitlikte c ışık hızını ifade eder. Rölativistik enerji eşitliği kullanılarak fotonların hızı hesaplandığında $(v = \partial E/\partial p)$, bir fotonun hızının her zaman ışık hızına eşit olmasının ancak fotonların durağan kütlesinin 0 olmasıyla mümkün olduğu görülür. Dolayısıyla söz konusu fotonlar olduğunda yukarıdaki eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim her zaman sıfırdır. Buradan bir fotonun enerjisi ile momentumu arasındaki ilişkinin

$$E = pc$$

olduğu sonucuna varılır. Enerji yerine $h\nu$ yazdığımızda bir fotonun momentumunu

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

olarak hesaplarız. Bu eşitlikte λ, ışığın dalga boyunu ifade eder. Herhangi bir dalganın frekansı ile dalga boyunun çarpımının her zaman dalganın hızına eşit olduğunu unutmayalım. Söz konusu ışık olduğunda bu hız ışık hızıdır.



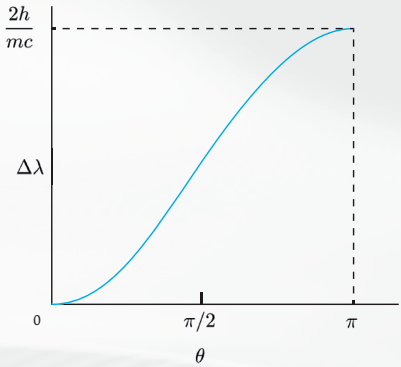
Şekil 1.7: Compton saçılmasının bir betimlemesi

Compton saçılmasıyla ilgili hesaplarda, fotonların enerjisi ve momentumu ile eşitlikleri kullanarak enerjinin ve momentumun korunumu yasalarını uyguladığımızda, θ açısıyla saçılan bir fotonun dalga boyundaki değişimi (Compton kaymasını)

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

olarak hesaplarız [1] (*bkz*. Şekil 1.8). Bu eşitlikte m elektronun durgun kütlesini ifade eder. Dalga boyundaki değişimin orijinal ışık demetinin dalga boyundan bağımsız olduğunu belirtelim. Bu eşitlik Compton saçılmasıyla ilgili deneysel verileri büyük bir doğrulukla tahmin eder. Işınların sürekli dalgalar olarak ele alındığı kuramsal hesaplarsa Compton saçılmasıyla ilgili deneysel verileri açıklayamaz. Dolayısıyla Compton saçılması deneyleri, ışık ışınlarının parçacık davranışı gösteren fotonlardan oluştuğu düşüncesini doğrular.

[1] Bu eşitliği kendiniz türetmeye çalışırsanız, enerjinin korunumu eşitliğini yazarken elektronun enerjisi için yukarıdaki rölativistik enerji ifadesini kullanmayı unutmayın.



Eisberg, Resnick

Şekil 1.8: Compton saçılmasında gözlemlenen dalga boyu kaymasının saçılma açısına bağlı olarak değişimi

1.4 Işığın İkili Doğası

Compton'un saçılma deneyleri, elektromanyetik radyasyon ile madde parçacıkları arasındaki etkileşimi açıklamak için lokal parçacıkların (fotonların) gerekli olduğunu açıkça gösteriyordu. Ancak bu durum, elektromanyetik radyasyon ile ilgili tüm süreçlerin bir parçacık teorisiyle açıklanabileceği anlamına da gelmiyordu. Örneğin girişim ya da kırılma gibi olguları açıklamak için aynı zamanda ışığın dalga teorisine de ihtiyaç vardı. Hatta Compton'un saçılma deneylerinin tam açıklaması için de ışığın dalga teorisine ihtiyaç duyuluyordu: Compton deneylerde kullandığı X ışınlarının dalga boyunu belirlemek için bir kristal spektrometre kullanıyordu. Kırılma ölçümlerini kullanarak dalga boyunu tahmin etmek içinse ışığın dalga teorisine ihtiyaç vardı.

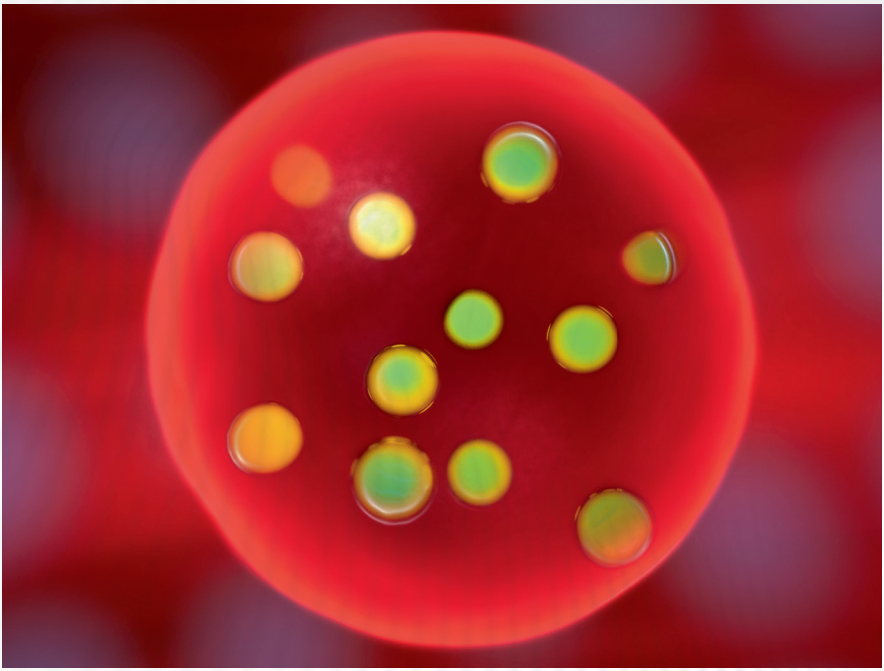
Fiziksel kuramlarda parçacıklardan bahsederken enerji ve momentum terimlerini, dalgalardan bahsederkense frekans ve dalga boyu terimlerini kullanırız. Söz konusu ışık olduğunda $E = h\nu$ ve $p = h/\lambda$ eşitliklerinde bu madde ve parçacık özellikleri bir araya gelir.

Işığın ikili doğası başlangıçta fizikçiler arasında huzursuzluğa neden oldu. Ancak kuantum mekaniğinin geliştirilmesiyle bu durum değişecekti.

1.5 Bohr Atom Modeli

Henri Becquerel'in 1896'da radyoaktiviteyi keşfetmesi, atomların yapısını incelemek için önemli bir araç sağlamıştı. Dönemin önde gelen fizikçilerinden Ernest Rudherford, radyoaktif atomlardan yayılan parçacıkları atomların üzerine göndererek deneyler yapıyor, atomların yapısını daha iyi anlamaya çalışıyordu.

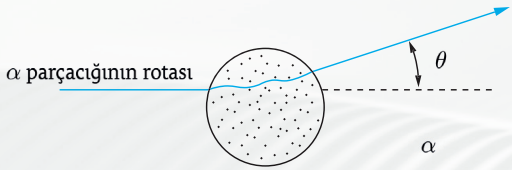
H. W. Geiger ve E. Marsden, 1908 yılında Rudherford'ın önderliğinde yaptıkları deneylerde ince metal folyoların üzerine alfa parçacıkları göndermişlerdi. Deneyler, pozitif yüklü alfa parçacıklarının azımsanamayacak bir kısmının görece büyük açılarla saçıldığını gösteriyordu. Bu sonuçlar o sıralar doğru olduğu düşünülen Thomson atom modeline dayalı tahminlerle uyuşmuyordu.



Jose Antonio Peñas / SPL

Şekil 1.9: Thomson atom modelinde atomlar küresel bir hacmi kaplar. Pozitif elektrik yükünün bu küresel hacmin içinde dağılmış olduğu elektronlarınsa bu pozitif yük dağılımının içinde hareket eden noktasal parçacıklar olduğu düşünülür. *Görsel*: JOSE ANTONIO PEÑAS/SPL

Thomson, atom modelini oluşturduğunda atomların yapısı hakkında iki temel şey biliniyordu: Atomların içinde elektronlar vardı ve atomların net yükü sıfırdı. Toplam elektrik yükünün sıfır olması için atomların içinde elektronların toplam negatif yükünü dengeleyecek miktarda pozitif elektrik yükünün de olması gerekiyordu. Thomson pozitif yüklerin atomların içinde her yere dağılmış olduğunu, elektronlarınsa bu pozitif yük dağılımının içine gömülü parçacıklar olduğunu öne sürdü. Thomson atom modeli sıklıkla üzümlü keke benzetilir (*bkz*. Şekil 1.9).



Eisberg, Resnick

Şekil 1.10: Thomson atom modeli Rudherford, Geiger ve Marsden'in alfa parçacıklarıyla yaptığı deneylerde gözlemlenen büyük saçılma açılarını açıklayamıyordu.

Rudherford ve öğrencilerinin elde ettiği sonuçlar, Thomson atom modeliyle uyumsuzdu. Çünkü bir pozitif yük dağılımının içine gömülü elektronların, kütlesi kendilerinin binlerce katı olan alfa parçacıklarını deneylerde gözlemlendiği kadar büyük açılarla saptırması mümkün değildi (*bkz*. Şekil 1.10). Dolayısıyla saçılmaya yol açan pozitif yükler olmalıydı. Deneylerde gözlemlenen büyük saçılma açılarının açıklanabilmesi içinse atomlardaki pozitif elektrik yükünün atomun hacmine kıyasla çok küçük bir bölgenin içinde hapsolmuş olması gerekiyordu.

Rudherford elde ettikleri deney sonuçlarından yola çıkarak yeni bir atom modeli öne sürdü. Bu modelde atomların tüm pozitif yükü ve toplam kütlesinin neredeyse tamamı atomun merkezinde toplanmıştır. Bu pozitif yüklü "çekirdek", negatif yüklü elektronları kendine doğru çeker. Elektromanyetik kuvvet tıpkı kütle çekim kuvveti gibi aradaki uzaklığın karesiyle ters orantılı ($1/r^2$ ile doğru orantılı) olduğu için atomlardaki elektronlar da Güneş'in etrafında dolanan gezegenler gibi çekirdeğin etrafında çembersel ya da eliptik yörüngelerde dolanır.

Rutherford'un atom modeli, alfa parçacıklarının metal folyolardan saçılmasıyla ilgili verileri açıklıyordu. Ancak yeni atom modeli yeni sorunlar da ortaya çıkarmıştı. Birincisi, Rutherford atom modeli atomun kararlılığını açıklayamıyordu. Çembersel ya

da eliptik hareket, ivmeli harekettir ve elektromanyetik teori, ivmelenen elektrik yüklerinin ışıma yapacağını söyler. Dolayısıyla Rutherford atom modeli doğruysa çekirdeğin etrafında dönen elektronların zamanla enerji kaybetmesi ve eninde sonunda çekirdeğe düşmesi gerekirdi. İkincisi, atomlardan yayılan radyasyonun spektrumu, n_1 ve n_2 tam sayılar olmak üzere,

$$\nu = \text{sabit}(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$$

eşitliğine uyuyordu. Ancak Rutherford atom modeliyle bu sonuca varmak mümkün değildi.

Rutheford atom modelinin öne sürülmesinden sadece iki yıl sonra, 1913 yılında, Niels Bohr atomun yapısıyla ilgili iki postulat (doğru olduğu varsayılan kanıtsız önerme) öne sürdü. Rutherford atom modeliyle ilgili sorunlara bir çözüm sunan bu postulatlar klasik fizikten ayrılmayı temsil ediyordu.

Bohr'un öne sürdüğü iki postulat şunlardı:

1. Elektronlar ancak açısal momentumlarının $\hbar = h/2\pi$'nin tam katları olduğu yörüngelerde hareket edebilir (*bkz*. Şekil 1.11). Bu durumda r yarıçaplı dairesel bir yörüngede v hızıyla hareket eden bir elektron için şu eşitlik geçerli olmalıdır:

$$mvr = n\hbar \, (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

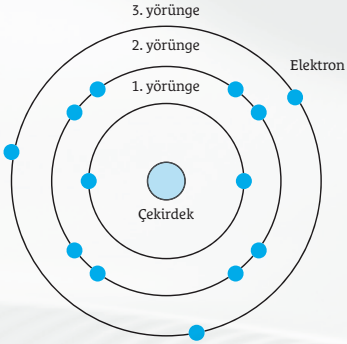
2. Elektronlar bir yörüngeden diğerine "süreksiz bir biçimde" geçiş yapabilir. Bu durumda

$$\nu = \frac{E - E'}{h}$$

frekanslı radyasyon açığa çıkar. Bu eşitlikte $E - E'$ yörüngeler arasındaki enerji farkını ifade eder. Bir atomun radyasyon soğurmasıyla bir elektron daha yüksek enerjili bir yörüngeye geçiş yapabilir.

Bohr postulatlarının sonuçlarını hidrojen atomu ya da $+1$ yüklü helyum iyonu gibi tek elektronlu sistemler için hesaplamak görece kolaydır. Atom çekirdeğinin elektrik yükünü Ze, elektronun elektrik yükünüyse $-e$ olarak ifade edelim. Dairesel bir yörüngede dolanan bir elektronun merkezcil ivmesinin kaynağı çekirdeğin elektriksel çekimidir:

$$\frac{ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$



Şekil 1.11: Bohr modeline göre atomun yapısı. Bohr modelinde tüm pozitif yük, atomun merkezinde toplanmıştır. Elektronlar bu çekirdeğin etrafındaki çembersel bir yörüngede dolanır. Bohr modeline göre elektronlar sadece açısal momentumlarının indirgenmiş Planck sabitinin tam katları olduğu yörüngelerde hareket edebilir.

Coulomb sabitinin değerinin $k = 1$ olduğu birimlerde ifade edilen bu eşitliği ve Bohr'un birinci postulatındaki eşitliği kullanarak elektronların dolanabileceği bir yörüngenin yarıçapını ve o yörüngede dolanan bir elektronun hızını hesaplamak kolaydır:

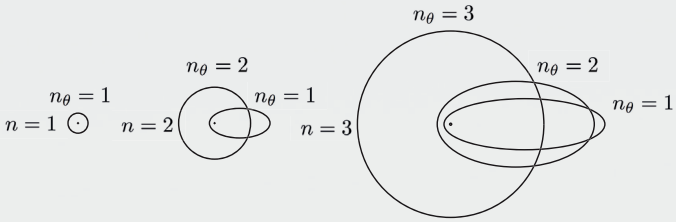
$$v = \frac{2\pi e^2 Z}{hn}, \quad r = \frac{1}{4\pi^2}\frac{n^2 h^2}{Ze^2 m}$$

Bu durumda elektronun toplam (kinetik + potansiyel) enerjisini

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{2\pi^2 e^4 Z^2 m}{h^2 n^2}$$

olarak hesaplarız. Bu eşitliği Bohr'un ikinci postulatında yerine koyarak hesaplanacak $E - E'$ değeri (iki yörünge arasındaki enerji farkı) tek elektronlu atomların gözlemlenen spektrumu ile uyumludur.

Yukarıdaki enerji eşitliğine göre tek elektronlu bir atomdaki bir elektronun enerjisi sadece $1, 2, 3, \ldots$ değerlerini alabilen ve baş kuantum sayısı olarak adlandırılan n sayısına bağlıdır. Bu durum aslında deneysel verilerle tam olarak örtüşmez. Ancak



Eisberg, Resnick

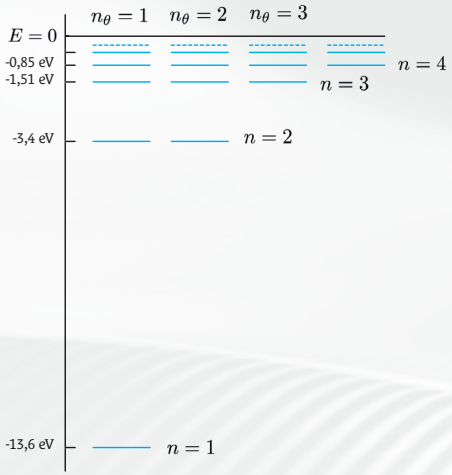
Şekil 1.12: Bohr-Sommerfeld modelinde elektronların atom çekirdeği etrafında eliptik yörüngelerde hareket ettiği düşünülür. Hesaplar her bir yörüngenin iki ayrı kuantum sayısıyla etiketlenebileceğini gösterir: baş kuantum sayısı n ve açısal kuantum sayısı n_θ. Bir yörüngenin enerjisi sadece baş kuantum sayısına bağlıdır. Yörüngenin işekliyse n_θ/n oranı tarafından belirlenir. Bu oranın 1 olduğu durumlarda yörünge çemberseldir.

hesapları biraz daha karmaşıklaştırarak çok daha iyi sonuçlar elde etmek mümkündür. İlk olarak elektronların takip ettiği yörüngelerin çembersel değil de eliptik olduğu varsayıldığında (Bohr-Sommerfeld atom modeli) her bir n sayısına karşılık gelen birden fazla yörünge olduğu görülür (*bkz*. Şekil 1.12). Bu yörüngeler ve karşılık geldiği enerji seviyeleri $n_\theta = 1, 2, \ldots, n$ değerlerini alabilen bir açısal kuantum sayısıyla da etiketlenir (*bkz*. Şekil 1.12 ve Şekil 1.13). Elektronların ışık hızına görece yakın hızlarda hareket etmesinin yol açtığı rölativistik etkiler göz önüne alındığındaysa aynı n değerine fakat farklı n_θ değerlerine sahip yörüngelerin enerjileri arasında az da olsa bir fark olduğu görülür. Yeteri kadar hassas ölçümlerle bu farklar deneysel olarak tespit edilebilir.

1.6 Franck-Hertz Deneyi

Bohr atom modelini destekleyen çalışmaların başında James Franck ve Gustav Hertz'in 1914 yılında gerçekleştirdikleri deneyler gelir.

Franck-Hertz deneyinde kullanılan deney düzeneğinin bir şemasını Şekil 1.14'te görebilirsiniz. Deneyler özetle şöyle ilerler: Isıtılmış bir katottan (C) düşük enerjili termal elektronlar yayılır. Bu elektronlar, iki elektrot arasına uygulanmış bir V potansiyeliyle anoda (A) doğru ivmelendirilir. Bazı elektronlar delikli yapıdaki

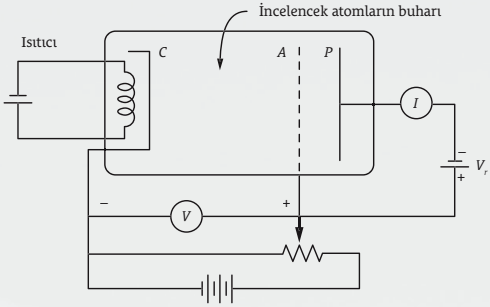


Gasiorowicz

Şekil 1.13: Bohr-Sommerfeld modeline göre hidrojen atomunun enerji seviyeleri. Rölativistik etkiler göz önüne alındığında aynı baş kuantum sayısına (n) fakat farklı açısal momentum kuantum sayısına (n_θ) sahip yörüngelerin enerjileri arasında az da olsa bir fark olduğu görülür.

anodun içinden geçer. Bu elektronların metal levhaya (P) ulaşarak devreyi tamamlayabilmeleri için yavaşlatıcı bir potansiyel enerji bariyerini (V_r) aşmaları gerekir. Tüpün içi incelenecek atom buharıyla doludur. Deneyler sırasında metal levhaya (P) ulaşan elektrik akımının ivmelendirici potansiyele bağlı olarak nasıl değiştiği hakkında veri toplanır.

Franck-Hertz deneyini cıva atomu buharıyla dolu bir tüple yaptığınızda elde edilen sonuçlar Şekil 1.15'te verilen grafikteki gibidir. Potansiyel yavaş yavaş artırıldığında akım da yavaş yavaş artmaya başlar. Ancak potansiyel farkı $4,9$ eV'ye ulaştığında akımda ani bir düşüş görülür. Potansiyel farkı artmaya devam ettikçe akım da yeniden artmaya başlar. Ancak potansiyel farkı $9,8$ eV'ye (2x$4,9$ eV'ye) çıktığında akımın bir kez daha ani bir biçimde azaldığı görülür. Bu sonuçların açıklaması ise şudur: Enerjisi $4,9$ eV'nin altında olan elektronlar cıva atomlarını uyarmayı başaramaz. Dolayısıyla cıva atomlarının temel enerji seviyesiyle ilk uyarılmış enerji seviyesi arasında $4,9$ eV enerji farkı olmalıdır. Akımdaki düşüşün $4,9$ eV'nin tam katlarında tekrar tekrar

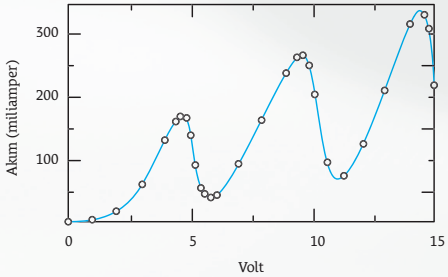


Eisberg, Resnick

Şekil 1.14: Franck-Hertz deneyinin şeması. Deneyler sırasında katottan (C) kopan elektronlar bir V potansiyeliyle anoda (A) doğru ivmelendirilir. Anodun içinden geçen elektronların metal levhaya (P) ulaşması için bir potansiyel enerji engelini (V_r) aşması gerekir. Elektronların içinde yol aldığı hazne incelenecek atomun buharıyla doldurulur.

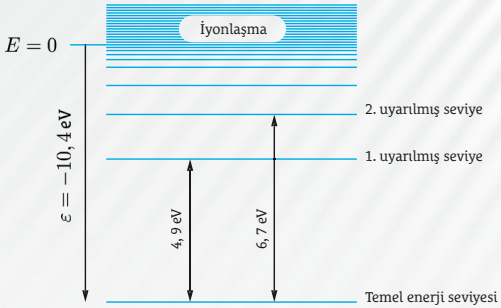
yenilenmesi de atomların enerji seviyelerinin kuantize olduğunu (süreksiz olduğunu), atomları uyaran elektronların her bir etkileşim sırasında herhangi bir değerde değil tam olarak $4,9$ eV enerji kaybettiğini gösterir. Cıva atomunun emisyon spektrumu ölçümleri de bu çıkarımları destekler. Franck ve Hertz, cıva atomlarını bombardıman eden elektronların enerjisinin $4,9$ eV'nin altında olması durumunda tüpteki cıva buharının ışıma yapmadığını, elektronların enerjisi $4,9$ eV'nin çok az üzerine çıkarıldığındaysa atomların sadece 2536 Å dalga boylu ışık yaydığını tespit etmişlerdi. Bu dalga boyu tam olarak $4,9$ eV'lik foton enerjisine karşılık gelir.

Franck-Hertz deneyi, atomlardaki elektronların enerji seviyelerinin kuantize olduğunu doğrulamanın yanı sıra atomlardaki elektronik enerji seviyeleri arasındaki farkları ölçmek için de basit bir yöntem sunar. Şekil 1.15'teki grafiği daha yüksek voltaj değerlerine doğru uzatmaya devam ederseniz sadece $4,9$ eV'nin tam katlarında değil başka değerlerde de kırılma noktalarının ortaya çıkmaya başladığını görürsünüz. Bu değerlerin bazıları temel enerji seviyesinden daha yüksek enerjili seviyelere uyarılmaların bazılarıysa yüksek enerjili iki ayrı seviye arasındaki uyarılmaların sonucudur. Enerji seviyeleri arasındaki farkları (*bkz*. Şekil 1.16) belirlemek için yapmanız gereken tek şey akımı ve voltajı ölçmektir.



Eisberg, Resnick

Şekil 1.15: Cıva atomlarıyla yapılan Franck-Hertz deneylerinde akımın voltaja bağlı olarak değişimi



Eisberg, Resnick

Şekil 1.16: Cıva atomlarının enerji seviyelerinin basitleştirilmiş bir diyagramı

1.7 Madde Dalgaları

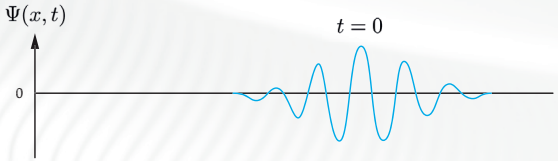
Louis de Broglie, 1910 yılında Paris Üniversitesi Tarih Bölümünden mezun olmuştu. Ancak deneysel fizikçi olan kardeşi Maurice'in çalışmalarından ve o dönemler fizikçilerin uğraşmakta olduğu felsefi sorunlardan etkilenerek fizikçi olmaya karar verdi. De Broglie, 1924 yılında tamamladığı doktora tezinde kuantum mekaniğinin geliştirilmesinde önemli rol oynayacak bir hipotez öne sürdü.

Louis de Broglie'nin öne sürdüğü hipotez, ışık için geçerli olan dalga-parçacık ikiliğinin madde için de aynen geçerli olduğuydu. Nasıl ki fotonlara eşlik eden ışık dalgası varsa elektronlar gibi parçacıklara da eşlik eden bir madde dalgası vardı (*bkz*. Şekil 1.17).

De Broglie maddenin parçacık ve dalga özellikleri arasındaki ilişkinin, ışığın parçacık ve dalga özellikleri arasındaki ilişkinin aynısı olduğunu öne sürdü. Bir madde parçacığına eşlik eden madde dalgasının boyunu hesaplamak için yapmanız gereken, fotonların momentumunu ifade eden $p = h/\lambda$ eşitliğini düzenlemektir. Momentumu p olan bir parçacığa eşlik eden madde dalgasının dalga boyu λ için

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

eşitliği geçerlidir. Bu eşitlik de Broglie'nin adıyla anılır.



Eisberg, Resnick

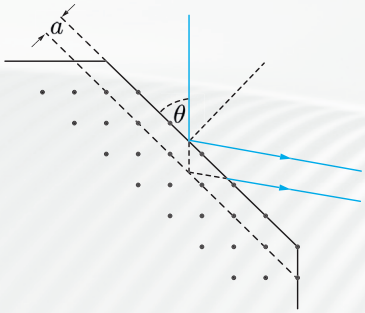
Şekil 1.17: Bir parçacığın de Broglie dalgası. Madde dalgalarının genliği, ilişkili olduğu parçacığın civarında sıfırdan farklıdır. Madde dalgalarının hızı ilişkili olduğu parçacığın hızına eşittir.

De Broglie'nin hipotezi ilginç olsa da deneysel kanıttan yoksundu. Bu yüzden başlangıçta hipotezin fiziksel gerçekliğinin olmadığı düşünülmüştü. Hipotezin önemini fark eden ve diğer fizikçilerin dikkatine sunan Albert Einstein oldu. De Broglie'nin düşüncelerinin deneylerle doğrulanması doğayı kavrayışımızda önemli bir değişime yol açtı.

1.8 Davisson ve Germer ile Thomson'un Madde Dalgası Deneyleri

De Broglie eşitliği, enerjisi 100 eV olan bir elektrona eşlik eden madde dalgasının boyunun yaklaşık $1,2\text{x}10^{-10}$ metre $(1,2\,\text{Å})$ olduğunu söyler. Bu değer yaklaşık

olarak atom boyutlarındadır. X ışınlarının dalga karakteri, kristalli katılar ile yapılan kırınım deneyleriyle doğrulanmıştı. Eğer elektronlara eşlik eden madde dalgaları gerçekten de varsa elektronların dalga karakterini de benzer deneylerle doğrulamak mümkün olabilirdi. Walter M. Elsasser tarafından öne sürülen bu düşünceden hareket eden Clinton Davisson ve Lester Germer ABD'de, George Thomson ise İskoçya'da yaptıkları deneylerle birbirlerinden bağımsız olarak elektronların dalga karakterini doğrulamayı başardılar.



Gastorowicz

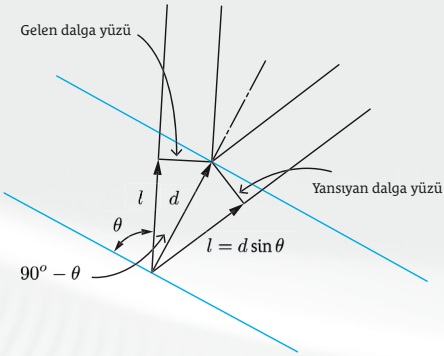
Şekil 1.18: Davisson-Germer deneyinin şeması

Kristalli bir katının üzerine ışık ışını gönderildiğini düşünelim (*bkz*. Şekil 1.18). Işığın bir kısmı en üst katmandan bir kısmı da daha derinlerdeki katmanlardan geri yansır. Yansıyan bu ışınlar girişim yaparak güçlenir ya da zayıflar. Yüzeyden ve yüzeyin bir altındaki katmandan yansıyan ışınları ele alalım. Eğer kristalli katının iki katmanı arasındaki mesafe d ise aynı θ açısıyla yanısıyan iki ışından alt katmadan yansıyan ışın, üst katmandan yansıyan ışına göre $2d \sin\theta$ daha fazla yol katedecektir (*bkz*. Şekil 1.19). Dolayısıyla bu iki ışık ışınının yapıcı girişim yaparak birbirini güçlendirmesi için bu mesafenin ışık ışınının dalga boyunun tam katları olması gerekir:

$$n\lambda = 2d \sin\theta$$

Davisson ve Germer, geçmişte X ışınlarının dalga karakterini göstermek için yapılmış bu deneyleri elektronlarla tekrarladılar. Sonuçta elektronların gerçekten de dalga karakteri taşıdığını gösteren sonuçlara ulaştılar. Yapıcı girişim gözlemlenen açıların

ölçülmesi, elektronlara eşlik eden madde dalgalarının dalga boyunun hesaplanmasına izin verdi ve de Broglie eşitliğini doğruladı. George Thomson da Davisson ve Germer'in deneylerine benzer deneylere imza attı.



Eisberg, Resnick

Şekil 1.19: Davisson-Germer deneyinde yüzeyin bir altındaki katmandan yansıyan elektronlar yüzeyden yansıyan elektronlara kıyasla $2d \sin\theta$ kadar daha fazla yol alır.

Elektronun dalga karakterinin doğrulanmasıyla ilgili ilginç bir noktayı da belirtelim. George Paget Thomson, elektronu keşfeden Joseph John Thomson'un oğludur. Baba Thomson, 1906 yılında elektronun bir parçacık olduğunu gösteren çalışmaları dolayısıyla Nobel Fizik Ödülü'nü kazanmıştı. Oğul Thomson ise elektronun dalga olduğunu gösteren çalışmaları nedeniyle 1937 Nobel Fizik Ödülü'nü Davisson ile paylaştı.

1.9 Dalga-Parçacık İkiliği

Klasik fizikte enerji bir yerden başka bir yere ya dalgalarla ya da parçacıklarla taşınır. Sesin yayılması gibi bazı olgular dalga modelleriyle, gazların basıncı gibi bazı olgularsa parçacık modelleriyle açıklanır. On dokuzuncu yüzyılın başlarına gelindiğinde klasik fiziğin bilinen fiziksel olguları açıklamadaki başarısı, tüm nesnelerin ya parçacık ya da dalga olduğunu düşündürüyordu. Dolayısıyla önce ışığın bazen parçacık bazen dalga, sonra da maddenin bazen parçacık bazen dalga gibi davrandığının keşfedilmesi

beklenmeyen bir durumdu. Ancak şunu da belirtelim ki herhangi bir süreçte parçacık ya da dalga modellerinin sadece biri geçerliydi. Bir nesne bir etkileşim aracılığıyla tespit edilmeye çalışıldığında lokalize olması (sınırlı bir hacmin içinde ortaya çıkması) açısından parçacık gibi davranıyor, hareket ederken ise lokalize olmaması (uzaya yayılması) ve girişim yapması açısından dalga gibi davranıyordu.

Niels Bohr, madde ve ışığın bazı süreçlerde dalga bazılarındaysa parçacık gibi davranmasını bir "tamamlayıcılık ilkesi" ile özetledi: Dalga ve parçacık modelleri birbirini tamamlar. Eğer bir ölçüm madde ya da ışığın dalga (parçacık) karakterini kanıtlıyorsa aynı ölçümde parçacık (dalga) karakterini kanıtlamak imkânsızdır. Hangi modelin kullanılacağı ölçümün doğası tarafından belirlenir. Dahası madde ve ışığı kavrayışımız hem dalga hem de parçacık karakterini açığa çıkaran ölçümleri dikkate almadığımız sürece eksik kalır. Dolayısıyla madde ve ışık ne sadece dalga ne de sadece parçacıktır.

Belirli fiziksel süreçler için dalga ya da parçacık modelleri başarılı olsa da madde ve ışık ile ilgili fiziksel süreçleri açıklamak için daha genel bir modele ihtiyaç vardı. Söz konusu ışık olduğunda madde ve dalga modelleri arasındaki bağlantıyı Einstein kurdu. Dalga modelinde ışık yoğunluğu, ε taşınan elektrik alanın büyüklüğü olmak üzere, $\overline{\varepsilon^2}$ ile (elektrik alanının karesinin bir salınım döngüsündeki ortalamasıyla) orantılıdır. Parçacık modelindeyse ışığın yoğunluğu, N ışığın hareket yönüne dik bir birim yüzeyden birim zamanda geçen fotonların ortalama sayısı olmak üzere, $Nh\nu$'ye eşittir. Einstein bu durumdan yola çıkarak ışığın ikili karakteri için bir "olasılık açıklaması" öne sürdü: Işık dalgaları fotonlar için bir kılavuz görevi görür. Kendileri enerji taşımazlar, sadece fotonlar (enerji paketleri) vardır. Dalgaların yoğunluğu bir hacmin içinde bulunması beklenen ortalama foton sayısı hakkında bilgi verir. Modern kuantum mekaniğinin temellerinin atılmasından birkaç yıl sonra Max Born, madde dalgaları için de benzer argümanlarla benzer bir olasılık açıklaması öne sürecekti.

1.10 Özet

Yirminci yüzyılın başlarındaki bu çabaların temel özelliği, tekil sorunlara çözüm getirmeleriydi. Her ne kadar öne sürülen düşünceler belirli sorunlara çözüm getirse de genelgeçer ve tutarlı bir kuram geliştirilememişti. Hatta bugün "eski kuantum teorisi" olarak adlandırılan bu kuramsal açıklamalarda, modern kuantum mekaniğiyle uyumsuz ögeler de bulunuyordu. Bohr atom modelinde çekirdeğin etrafında belirli

yörüngelerde dolanan elektronlar gibi... Ancak eski kuantum teorisi günümüzde öğretilmeye ve kullanılmaya devam ediliyor. Bu durumun iki temel nedeni var. Birincisi eski kuantum teorisi ile kuramsal tahminler yapmak ve sayısal olarak doğru sonuçlar elde etmek, modern kuantum mekaniğine kıyasla, çok daha basit matematiksel işlemler gerektiriyor. İkincisi eski kuantum teorisi, modern kuantum teorisinin soyut diliyle betimlemesi zor fiziksel süreçlerin görselleştirilmesini kolaylaştırıyor.

Bölüm 2

Kuantum Mekaniğinin Temelleri

Yirminci yüzyılın başında yapılan çeşitli deneysel çalışmalar, klasik fiziğin mikroskobik dünyada geçerli olmadığını göstermişti. Planck, Einstein, Bohr, de Broglie gibi fizikçiler bu deneysel çalışmalara kuramsal açıklamalar getirmişti. Ancak bu deneyler ve kuramsal açıklamalar basit sistemlerle sınırlıydı. Mikroskobik dünyadaki parçacıkların hareketlerine dair genelgeçer bir teori henüz geliştirilememişti. Newton'un hareket yasaları makroskobik dünyadaki herhangi bir parçacığın herhangi bir sistemdeki davranışlarına bir açıklama getiriyordu. Benzer biçimde mikroskobik dünyadaki herhangi bir parçacığın herhangi bir sistemdeki davranışlarını açıklayan bir kurama ihtiyaç vardı. Erwin Schrödinger tarafından geliştirilen kuantum mekaniği teorisi bu ihtiyaca cevap verdi.

Schrödinger'in teorisi aslında ilk kuantum mekaniği teorisi değildi. Werner Heisenberg, birkaç ay önce matris mekaniği adı verilen bir kuram geliştirmişti. Birkaç yıl sonra Paul Dirac iki kuramın birbirine denk olduğunu, aynı teorinin farklı matematiksel formülasyonları olduğunu gösterecekti.

Schrödinger'in teorisi, de Broglie hipotezinden yola çıkarak mikroskobik sistemlerdeki parçacıkların uyması gereken dalga hareketi yasalarını ortaya koyar. Kuram bir sistemin durumunu temsil eden bir "dalga fonksiyonu", $\Psi(x,t)$, tanımlar; bu dalga fonksiyonunun davranışlarını yönlendiren bir diferansiyel denklem sunar ve dalga fonksiyonunun davranışları ile parçacıkların davranışları arasındaki ilişkiyi ifade eder.

Şimdi tüm bu noktaları tek tek ele alalım.

2.1 Schrödinger Denklemi

Kuantum mekaniği teorisini geliştirirken Schrödinger'in temel çıkış noktası de Broglie hipotezi oldu. De Broglie hipotezi her bir parçacığa eşlik eden bir madde dalgası olduğunu ve parçacığın hareketlerine bu dalganın kılavuzluk ettiğini söyler. Ayrıca bu madde dalgasının dalga boyunu başarılı bir biçimde tahmin eder. Ancak de Broglie hipotezi madde dalgasının nasıl yol aldığını söylemez. Diğer yandan hipotezin yaptığı dalga boyu tahmini sadece dalga boyunun sabit kaldığı süreçler için geçerlidir. Üstelik de Broglie hipotezi, parçacığın özellikleri ile madde dalgasını tanımlayan dalga fonksiyonunun özellikleri arasında nicel bir ilişki kurmaz.

Klasik fizikte konum, momentum gibi özelliklerin zamanla değişimini ifade etmek için diferansiyel denklemlerden yararlanılır. Mikroskobik dünyadaki parçacıkların davranışlarını açıklayan bir kuantum teorisi geliştirmek için gerekli olan temel şey de parçacıkların hareketlerine kılavuzluk eden madde dalgalarının zamanla nasıl değiştiğini ifade eden bir diferansiyel denklemdir. Böyle bir denklemi geliştirmenin yollarından biri "mantıklı argümanlar" üzerinden ilerlemektir. Örneğin denklem aşağıdaki özellikleri taşımalıdır.

1. Einstein ve de Broglie postulatlarıyla uyumlu olmalıdır:

$$\nu = E/h \text{ ve } \lambda = h/p$$

2. Kütlesi m, momentumu p, potansiyel enerjisi V, kinetik enerjisi $p^2/2m$ ve toplam enerjisi E olan bir parçacık için şu eşitlikle uyumlu olmalıdır:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V$$

3. Denklem, dalga fonksiyonu açısından lineer (doğrusal) olmalıdır. Başka bir deyişle belirli bir sistem için $\Psi_1(x,t)$ ve $\Psi_2(x,t)$ denklemin iki ayrı çözümüyse, c_1 ve c_2 sabit sayılar olmak üzere $\Psi(x,t) = c_1\Psi_1(x,t) + c_2\Psi_2(x,t)$ fonksiyonu da denklemin bir çözümü olmalıdır. Bu doğrusallık koşulu, madde dalgalarının Davisson-Germer deneyinde olduğu gibi yapıcı ya da yıkıcı girişim yapabilmesi için gereklidir.

4. Potansiyel enerji genel olarak konumun ve zamanın bir fonksiyondur: $V \equiv V(x,t)$. Ancak sistemdeki potansiyel enerjinin sabit olduğu durumda, bir parçacık üzerine etki eden kuvvet sıfır olmalıdır. Bu durumda denklemin çözümleri sabit frekanslı ve dalga boylu dalgalar olmalıdır.

Yukarıdaki argümanlara uygun bir dalga denklemi bulmaya çalıştığımızda varacağımız son nokta Schrödinger denklemidir:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$$

Bu denklemde $i \equiv \sqrt{-1}$, birim sanal sayıyı; $\partial/\partial t$, zaman koordinatına göre türev alma işlemini; $\partial^2/\partial x^2$, uzay koordinatına göre ikinci dereceden türev alma işlemini ifade eder.

Schrödinger ise kendi adıyla anılan denklemi türetirken daha farklı bir yol takip etmişti. Avusturyalı fizikçi, serbest hareket eden bir parçacığa karşılık gelen bir dalga fonksiyonunu ele aldı. Böyle bir dalga fonksiyonu

$$\Psi(x,t) = e^{2\pi i(\frac{x}{\lambda} - \nu t)}$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu fonksiyonun sabit frekanslı ve sabit dalga boylu bir dalgayı ifade ettiğini doğrulamak kolaydır. Zaman koordinatı t sabit tutulduğunda fonksiyonun uzay koordinatında λ aralıklarla kendini tekrar ettiğini ve dolayısıyla dalga boyunun λ olduğunu; uzay koordinatı x sabit tutulduğundaysa belirli bir noktadaki genliğin $1/\nu$ periyoduyla (ν frekansıyla) düzenli olarak değiştiğini görebilirsiniz. Söz konusu madde dalgaları olduğunda bu dalga fonksiyonunu

$$\Psi(x,t) = e^{i(px - Et)/\hbar}$$

biçiminde yeniden ifade edebiliriz. Bu fonksiyonun x koordinatına göre birinci kısmi türevini hesapladığımızda

$$\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial x} = i\frac{p}{\hbar}\Psi(x,t)$$

zamana göre birinci kısmi türevini hesapladığımızda ise

$$\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -i\frac{E}{\hbar}\Psi(x,t)$$

sonuçlarını elde ederiz. Avusturyalı fizikçi bu gözlemlerden yola çıkarak momentumu ve enerjiyi diferansiyel operatörlerle (türev içeren işlemlerle) ilişkilendirdi:

$$p \leftrightarrow -i\hbar\frac{\partial}{\partial x} \quad \text{ve} \quad E \leftrightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

Daha sonra bu operatörleri $E = \frac{p^2}{2m} + V$ denkleminde yerine koydu:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

Bu denklem bir operatör denklemidir. Anlamlı olması için eşitliğin her iki tarafındaki operatörlerin bir fonksiyona uygulanması gerekir. Denklemin her iki tarafına dalga fonksiyonunu yerleştirdiğimizde bulacağımız sonuç Schrödinger denklemi olur.

Schrödinger'in kendi adıyla anılan denklemi türetirken takip ettiği yol, bugün herhangi bir sistemi "kuantize etmek" için kullanılan standart yöntemdir. Önce sistemin klasik enerji eşitliğini yazar, daha sonra momentum ve enerjiyi operatör seviyesine terfi ettirirsiniz. Konum operatörüyse basit bir x ile çarpma işlemidir.

Schrödinger denkleminde i yer aldığı için bu denklemin çözümleri olan dalga fonksiyonları genel olarak karmaşık değerler alan fonksiyonlardır. Gerçek dünyadaki nicelikler gerçel sayılarla ifade edilir, hiçbir fiziksel cihaz ile yapılacak hiçbir ölçüm size sonuç olarak bir karmaşık sayı vermez. Dolayısıyla bir sistemin dalga fonksiyonunun ne olduğunu doğrudan ölçmek mümkün değildir. Ancak bir sistemin çeşitli özellikleri hakkında ölçümler yaparak dalga fonksiyonunun ne olduğu hakkında çıkarım yapılabilir.

Schrödinger denklemi klasik fizikteki hareket denklemleri gibi determinist olduğu için bir sistemin belirli bir andaki dalga fonksiyonunun ne olduğu tespit edilmişse başka bir andaki dalga fonksiyonunun ne olduğu Schrödinger denklemi kullanılarak hesaplanabilir.

Bir sistemin fiziksel özellikleri hakkında edinilebilecek tüm bilgileri, dalga fonksiyonlarını kullanarak hesaplamak mümkündür. Ancak kuantum fiziği, klasik fizik gibi kesin bilgiler sunmaz. Kuantum fiziği olasılık hesaplarına dayalı bir kuramdır.

2.2 Born'un Olasılık Açıklaması

Bir parçacığın dalga fonksiyonu ile o parçacığın davranışları arasındaki temel ilişkiye açıklama getiren Max Born oldu. Born'un 1926 yılında ortaya koyduğu postulatı şu şekilde ifade edebiliriz:

> Bir t anında, bir $\Psi(x,t)$ dalga fonksiyonu ile ilişkilendirilen bir parçacığın konumunu belirlemek üzere bir ölçüm yapıldığında parçacığın x ile $x + \mathrm{d}x$ koordinatları arasında bulunma olasılığı $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)\mathrm{d}x$'e eşittir.

Bu ifadede $*$ sembolü, kompleks eşleniği; $\mathrm{d}x$ ise sonsuz derecede küçük bir niceliği ifade eder.

Born'un postulatı, özetle, dalga fonksiyonuna bir olasılık açıklaması getirir. Bu açıklamada olasılık yoğunluğu, $P(x,t)$, dalga fonksiyonunun modülüsü $|\Psi(x,t)|$'nin karesi ile ilişkilendirilir:

$$P(x,t) = |\Psi(x,t)|^2 = \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$$

Dalga fonksiyonu karmaşık değerli olsa da dalga fonksiyonunun modülüsünün karesinin gerçel olduğuna ve değerinin her zaman sıfır ya da sıfırdan büyük olduğuna dikkat edelim. $P(x,t)$ bir parçacığın x ile $x + \mathrm{d}x$ koordinatları arasında bulunma olasılığını verir.

Born'un dalga fonksiyonuna getirdiği olasılık açıklaması, yıllar önce Einstein'ın elektromanyetik dalgalar ve fotonlar arasındaki ilişkiye getirdiği olasılık açıklamasının analoğudur.

Dalga fonksiyonunun sağlaması gereken koşullardan biri normalizasyondur: Bir parçacık varsa bu parçacığı uzayın herhangi bir noktasında bulma olasılıklarının toplamı 1'e eşit olmalıdır. Dolayısıyla bir parçacığın dalga fonksiyonu her zaman

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x,t)\Psi(x,t)\mathrm{d}x = 1$$

eşitliğini sağlamalıdır. Bu ifadedeki integrale, dalga fonksiyonunun normalizasyon integrali denir.