Henüz Çözülememiş Anlaşılması En Kolay **Matematik Problemleri**

Dr. Elif Ebren Kaya [*TÜBİTAK Bilim Genç*

Matematikte çözülememiş birçok problem var. Bu problemlerden bazıları kolay bazıları ise çok zor. Hatta bazen soruya olan ilgiyi artırmak amacıyla problemi çözene para ödülü verilebiliyor. Gelin hep birlikte anlaşılması gayet kolay ancak henüz bir çözümü bulunamamış matematik problemlerinden birkaçını inceleyelim.

Collatz Varsayımı

Anlaşılması en kolay çözülememiş problemlerden biri "Collatz varsayımı". Lothar Collatz tarafından 1937 yılında ortaya konan bu varsayım aynı zamanda 3n+1 varsayımı olarak da biliniyor.

Gelelim varsayıma. Bunun için önce pozitif bir n sayısı seçelim. Eğer seçtiğimiz sayı tek ise 3 ile çarpıp 1 ekleyelim. Eğer seçtiğimiz sayı çift ise sayıyı 2'ye bölelim.

Collatz varsayımını n=5 seçerek örneklendirdiğimizde, elde edeceğimiz ilk sayı 16 olur. Çünkü 5 tek sayı olduğu için 3 ile çarpıp 1 eklemeliyiz. 16 ise çift sayı olduğundan ikiye bölmeliyiz. Bu durumda elde edeceğimiz sayı 8 olur. Bu sayı da çift olduğundan yeniden ikiye böleriz ve bu şekilde devam ettiğimizde elde edeceğimiz dizinin terimleri sırasıyla 4, 2, 1, 4, 2, 1, … olur.

Collatz varsayımıyla ilgili çözülememiş soru ise şu: Hangi pozitif tam sayıdan başlanırsa başlansın, kural uygulandığında elde edilen dizinin terimleri hep 4, 2, 1, 4, 2, 1, … döngüsüyle mi devam eder?

Siz ne düşünüyorsunuz?

Matematikçilerin çoğu bu soruya "evet" cevabını veriyor. Ancak henüz kimse bu varsayımı kanıtlamayı veya 4, 2, 1, … döngüsüyle bitmeyen bir karşı örnek bulmayı başaramadı.

Erdös-Strauss Varsayımı

İkinci olarak "Erdös-Strauss varsayımı"nı öğrenelim. Paul Erdös ve Ernst Strauss tarafından ilk kez 1948'de sorulan, birim kesirler hakkındaki büyüleyici soru şöyle:

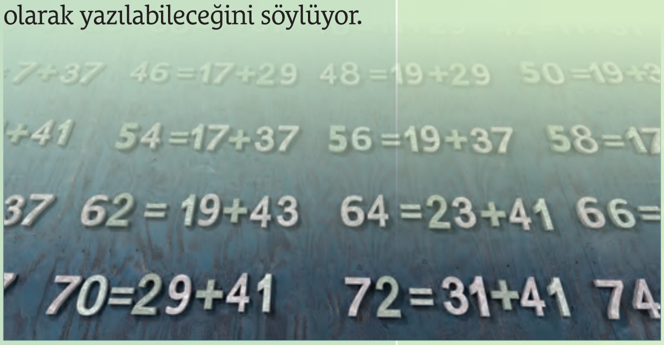
Her pozitif n tam sayısı için, n ≥ 2 ise $\frac{4}{n}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ denklemini sağlayan a, b, c pozitif tam sayılarını bulmak mümkün mü? Başka bir deyişle, ikiye eşit veya
ikiden büyük tam sayılar için $\frac{4}{n}$ kesiri, üç pozitif birim kesrin toplamı şeklinde yazılabilir mi? Erdös-Strauss varsayımını n=5 seçerek örneklendirdiğimizde $\frac{4}{5}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$ eşitliğinin sağlandığını kolayca görebiliriz. Matematikçilerin çoğu yine Erdös-Strauss varsayımındaki soruya "evet" cevabını veriyor.

Çok basit bir soru içermesine rağmen Erdös-Strauss varsayımı da henüz ispatlanamamış başka bir matematik problemidir.

Goldbach Varsayımı

Bir diğer anlaşılması kolay ancak çözümü henüz bulunamamış problem Goldbach varsayımıdır. Matematikçi Goldbach, 2'den büyük çift sayıların iki asal sayının toplamı şeklinde yazılabildiğini gözlemledi. Ancak henüz kimse bu hipotezi kanıtlamayı veya iki asal sayının toplamı şeklinde yazılamayan 2'den büyük çift bir sayı bulmayı başaramadı.

Bununla birlikte kanıtlanmış benzer bir soru var. "Zayıf Goldbach varsayımı" olarak adlandırılan bu varsayım, 5'ten büyük her tek tam sayının üç asal sayının toplamı olarak yazılabileceğini söylüyor.



İkiz Asallar Varsayımı

Aynı şekilde "ikiz asallar varsayımı" olarak bilinen, "İkiz asalların sayıları sonsuz mudur?" sorusu da henüz çözülememiş bir problemdir.

İkiz asallar, aralarındaki fark 2 olan asal sayılardır. Örneğin 3 ile 5, 5 ile 7, 11 ile 13 veya 17 ile 19 sayıları ikiz asallardır.

Anlaşılması en kolay problemleri sıraladık. Son olarak yukarıdakilerden biraz daha zor, çözülememiş bir problem olan Riemann hipotezinin basit versiyonunu öğrenelim.

Riemann Hipotezinin Basit Versiyonu

Riemann hipotezi, Riemann zeta fonksiyonun kompleks kökleriyle ilgili ünlü bir problemdir. Asal sayıların dağılımlarıyla ilgili bilgi veren Reimann hipotezi, sayılar teorisinde büyük ilgi uyandırdı. Riemann hipotezi 2002 yılında Jeffrey Lagarias tarafından basitleştirildi. Jeffrey Lagarias bu versiyonun, çözümü bulunamayan Riemann hipotezine eş değer olduğunu kanıtladı.

Bu varsayım logaritma ve üstel fonksiyonlar içerir. Bu çözülememiş problemin sorusu ise şöyledir:

Her n pozitif tam sayısı için, $\sigma(n)$ ile n'yi bölen tam sayıların toplamını gösterelim. H_n ise n. harmonik sayıyı $(H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots \frac{1}{n})$ temsil etsin.

Bu durumda her n≥1 için, $\sigma(n) \leq H_n + \ln(H_n)e^{(H_n)}$ eşitsizliği doğru mudur?

Riemann hipotezine ilişkin bu versiyonun çözüme kavuşması, matematikçiler için bir hayli önemlidir. Hatta ünlü matematikçi David Hilbert bu konu ile ilgili şöyle demiştir:

"Eğer 500 yıl uyuduktan sonra uyanırsam, ilk sorum Riemann hipotezi ispatlandı mı olacaktır."
Belli mi olur, belki de çok yakın bir zamanda bu problemlerin bir çözümü bulunur. ■

Bu yazı TÜBİTAK'ın dijital popüler bilim yayını olan Bilim Genç'te yayınlanmıştır.

Kaynaklar

https://mathworld.wolfram.com/CollatzProblem.html
https://oeis.org/wiki/Erdős–Straus_conjecture
https://plus.maths.org/content/mathematical-mysteries-goldbach-conjecture
https://mathworld.wolfram.com/TwinPrimeConjecture.html
https://dept.math.lsa.umich.edu/~lagarias//doc/elementaryrh.pdf