

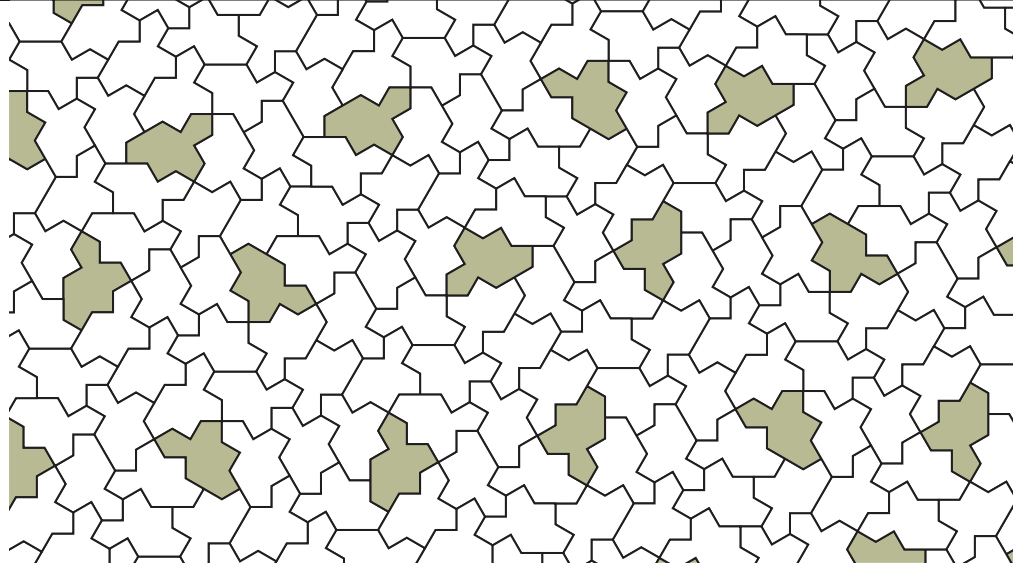
**İlk “Einstein” Karosunun
Keşfinden Altı Ay Sonra**

İlk “Gerçek” Einstein Karosunun Keşfi!

İlay Çelik Sezer [TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi

Matematikçilerin yaklaşık 50 yıldır bulmaya çalıştığı “einstein karosu” niteliğindeki bir geometrik şekil, geçtiğimiz yılın sonlarında bir amatör tarafından keşfedilmiş, bu yılın mart ayında da keşif bilimsel olarak doğrulanıp bilim dünyasıyla paylaşılmıştı. Matematik dünyasında heyecanla karşılanan keşfin ayrıntılarını ve hikâyesini haziran sayımızda ayrıntılı bir yazıyla sizlerle paylaşmıştık. Mayıs ayının son günlerinde ise bu keşifle ilgili önemli bir gelişme kaydedildi. “Şapka” adı verilen einstein karosunun, düzlemi boşluksuz ve aperiyojik olarak kaplayabilmesi ancak bazı karoların ayna görüntülerinin kullanılmasıyla mümkün oluyordu. Aynı araştırma ekibi bu defa şapkadan yola çıkarak, ayna görüntüsünün kullanılmasına ihtiyaç kalmadan düzlemi boşluksuz ve aperiyojik olarak kaplayabilen yeni bir şekil ailesi keşfetti. Böylece ilk einstein karosu keşfindeki ufak pürüz de giderilmiş oldu.

Geçtiğimiz yılın sonlarındaki keşfe kadar einstein karoları, matematikçilerin sadece var olması gerektiğini kuramsal olarak tahmin ettikleri yapılardı. Bütün bir düzlemi boşluksuz olarak kaplarken hiçbir şekilde kendini tekrar etmeyen bir desen oluşturan, yani aperiodyk özellik gösteren iki boyutlu özel geometrik şekiller einstein karosu olarak adlandırılıyor. Profesör Craig S. Kaplan ve ekibi mart ayında yayımladıkları bir makale ile bilim dünyasına keşfettikleri einstein karosunu tanıtmıştı. Makalede, şapka adını verdikleri geometrik şeklin bir einstein karosu olduğunu ispatlamışlardı. Şapkanın keşfi, bir einstein karosu arayışında o zamana kadar elde edilen en büyük başarıydı. Çünkü şapka, o zamana kadar bulunan einstein karosu kümelerinden ya da çok parçalı einstein karolarından farklı olarak tek parçalı tek bir geometrik şekildi. Ancak şapka karosunun düzlemi boşluksuz ve aperiodyk olarak kaplayabilmesi için kaplamanın kimi yerlerinde karonun ayna görüntüsünün kullanılması gerekiyordu. Bu da bu büyük keşfin ufak da olsa bir kusuru sayılabilirdi. Ancak şeklin üzerindeki çalışmalarına devam eden ekip, birkaç ay sonunda orijinal şeklin yeni bir versiyonunu keşfetti. “Hayalet” adı verilen bu karo, einstein karosunun gerekliliklerini, ayna görüntüsünün kullanılmasına gerek kalmadan karşılayabiliyor.



Karo(1,1) ile ayna görüntüsü kullanılmadan yapılmış düzlem kaplamasından bir kesit. Yeni aperiodyk kaplama kiral olarak nitelendiriliyor çünkü ya tamamen “sağlak” ya da tamamen “solak” karolardan oluşuyor. Yunanca el anlamındaki “kheir” kelimesinden gelen kiral sıfatı “sağlklık-solaklık” anlamındaki yönlülüğü anlatıyor. Karo(1,1) ile ayna görüntüsü de kullanılarak yapılan kaplamalar aperiodyk özellik göstermiyor, yani tekrarlı desenler oluşturuyor.

Smith ve ark.

Kare ya da eşkenar üçgen gibi basit şekiller düzlemi boşluksuz biçimde kaplarken kendini tekrar eden (periodyk) desenler oluşturuyor. Örneğin bir satranç tahtasında sıraları iki yana kaydırduğumuzda satranç tahtasının deseni tamamen aynı şekilde görünmeye devam ediyor. Matematikçiler uzun süredir aperiodyk kaplama denen, asla tekrarlı desenler sergilemeyen kaplamalar oluşturabilen özel geometrik şekillerin ya da geometrik kaplama terminolojisindeki adıyla karoların peşindeydi. Aperiodyk karoların en ünlüsü matematikçi Roger Penrose’un 1970’lerde keşfettiği şekil ikilisiydi. Ancak tek parçalı tek bir şekil biçimindeki ilk einstein karosu amatör bir geometrik şekil meraklısı olan David Smith’in geçtiğimiz yılın sonlarında keşfettiği şapka karosu oldu.

Keşfini duyurdukları mart ayından bu yana şapka karosu üzerinde çalışmaya devam eden Kaplan ve ekibi, şimdi de bu eşkenar çokgenin kenarlarını kıvrumlandırarak “hayaletler” (İngilizce spectres) adını verdikleri bir şekil ailesi oluşturdu. Bu şekiller ayna görüntülerinin kullanılmasına gerek kalmadan düzlemi aperiodyk olarak kaplayabiliyor. Craig ve ekibi şapkanın keşfinin, kaplama desenlerinin henüz ne kadar az anlaşılabilirdiğinin bir hatırlatıcısı niteliğinde olduğunu, öte yandan bu kadar kısa süre içinde bu konuda çığır açıcı ikinci bir keşif yapmalarının kendileri için de şartıtcı olduğunu belirtti.

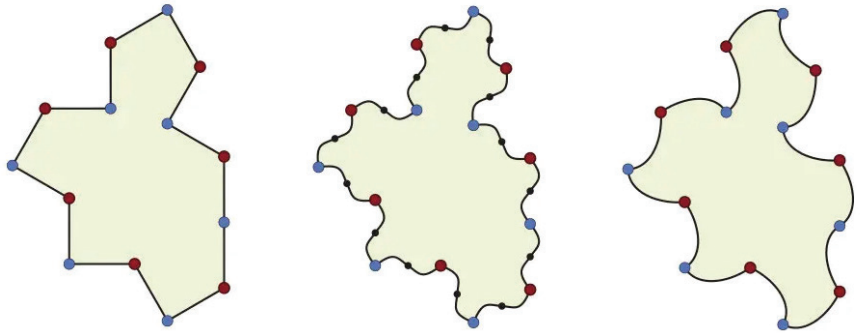
Smith’in şapka karosunu keşfinden sonra bu özel şekil üzerinde çalışmaya başlayan araştırma ekibi, şapkanın kenar



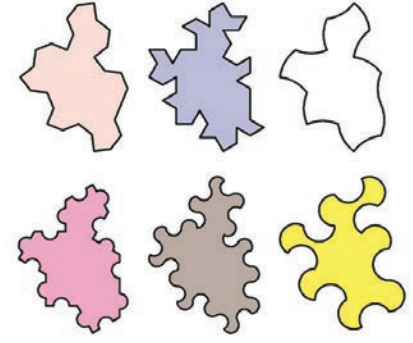
Aperiyyodik karo kaplamalarının en bilineni, Roger Penrose adlı bilim insanının 1970'lerde keşfettiği karo çiftiyle oluşturulan kaplamaydı.

uzunluklarını aşamalı olarak değiştirerek sonsuz sayıda üyesi bulunan bir şekil ailesi elde edilebildiğini ve bu üyelerin her birinin ayna görüntüleri de kullanılmak kaydıyla düzlemde aperiyyodik kaplama yapılabildiğini keşfetti. Ancak bu ailenin istisnai bir üyesi vardı. Araştırmacıların teknik olarak Karo (1,1) olarak adlandırdıkları bu şekil, şapkanın kenar uzunlukları eşit bir versiyonuydu ve ailenin diğer üyelerinin aksine aperiyyodik karo özelliği göstermiyor, düzlemi periyodik desenler oluşturarak kaplıyordu. İşte tam anlamıyla bir einstein karesi olan yeni hayalet karesinin keşfedilmesini sağlayan da bu karo oldu. Kaplan bu şeklin içinden bir tür gizli "süper güç" çıkmasını hem garip hem de inanılmaz bulduğunu söylüyor.

Araştırma ekibinden yazılım mühendisi Joseph Meyers da kiral (yönlü) bir aperiyyodik karonun var olmasına değil, asıl buldukları kiral aperiyyodik karonun şapka karesiyle bu kadar yakından ilişkili olmasına şaşırıldığını belirtiyor.



Araştırmacılar Karo(1,1) adlı eşkenar çokgenin kenarlarını kıvrımlandırarak "hayaletler" adını verdikleri bir şekil ailesi oluşturdu. Hayaletler düzlemi, ayna görüntüleri kullanılmadan aperiyyodik olarak kaplıyor. Hatta, Karo(1,1)'den farklı olarak bir hayaleti ayna görüntüsüyle boşluksuz olarak bitştirmek mümkün bile değil. Bu yüzden hayaletler katı bir şekilde kiral olarak niteleniyor.



Katı şekilde kiral olan yani düzlemi boşluksuz olarak kaplarken ayna görüntüsünün kullanılmasına izin vermeyen hayalet karesi örnekleri.

Şapka karesinin kâşifi David Smith, keşfi yayımlamalarından kısa bir süre sonra, Tokyo'daki Japon Geometrik Kaplama Tasarımı Derneği başkanı Yoshiaki Araki'nin şapka ile ilgili sanatsal arayışlarından da esinlenerek Karo (1,1) üzerinde çalışmaya başladı. Smith bir kesim cihazı yardımıyla kartondan Karo (1,1) şekilleri kesti ve hiç ayna görüntüsü kullanılmaması durumunda neler olacağını deneyerek görmek istedi. Karoları bir yapbozda olduğu gibi boşluksuz ve üst üste bindirmeksizin birbirlerine eklemeye başlayıp makul büyüklükte bir alanı kapladığında ise buradan bir sonuç alacağını anladı.

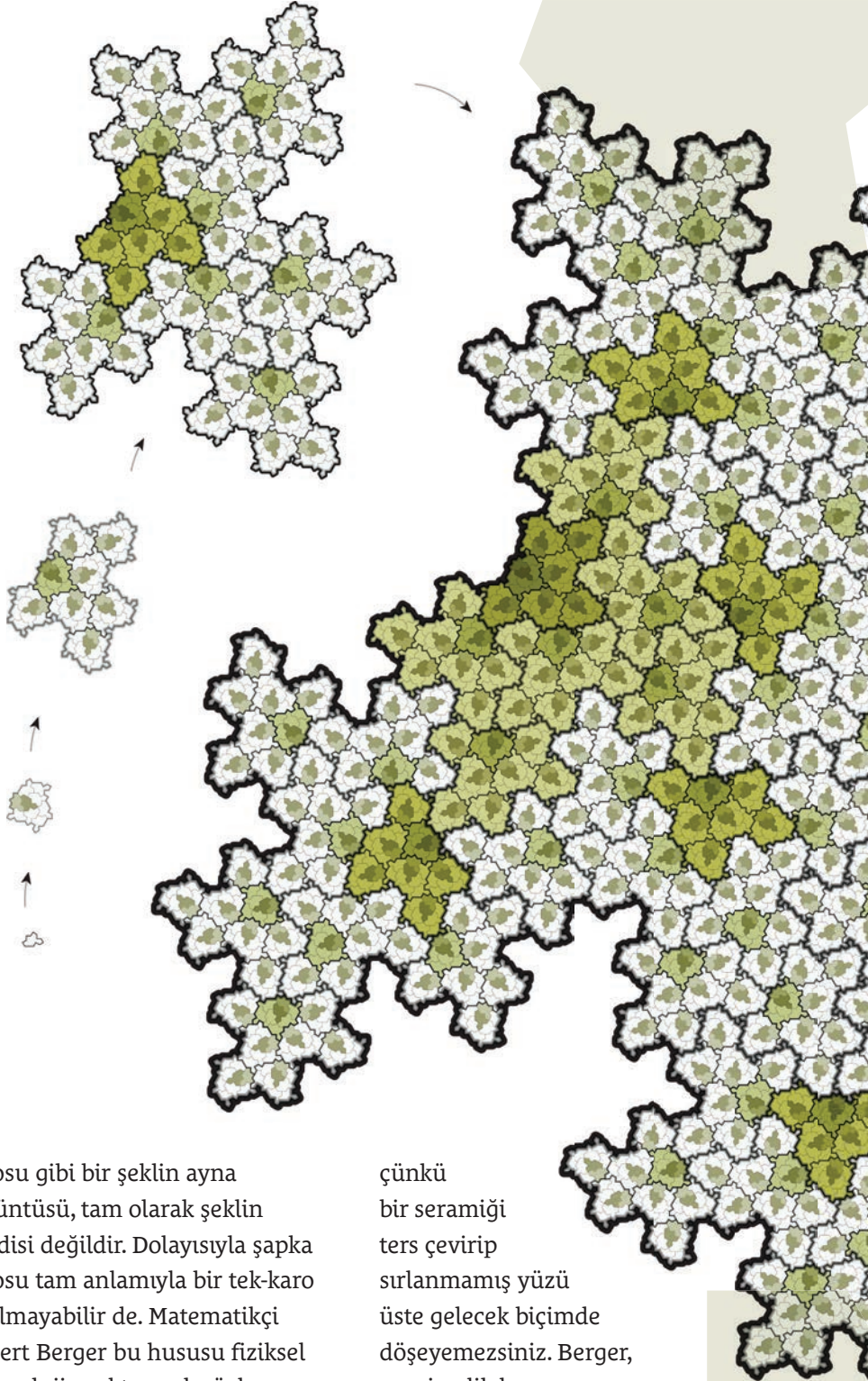
Bunun üzerine araştırma ekibi tekrar bir araya gelip biraz geleneksel şekilde matematiksel mantık yürütme, biraz da ekipten Kaplan ve Myers'ın bilgisayarlı hesaplama becerileri yardımıyla bu karo kaplamasının aslında aperiyojik olduğunu kanıtladı. Sosyal medyadaki açıklamasında bu karoyu "zayıf düzeyde kiral bir aperiyojik tek-karo" olarak nitelediklerini belirten Kaplan, karonun sadece ayna görüntüsünün kullanılmadığı bir evrende aperiyojik olduğunu, ayna görüntüsünün kullanımına izin verilmesi durumunda düzlemi periyojik olarak kapladığını söylüyor.

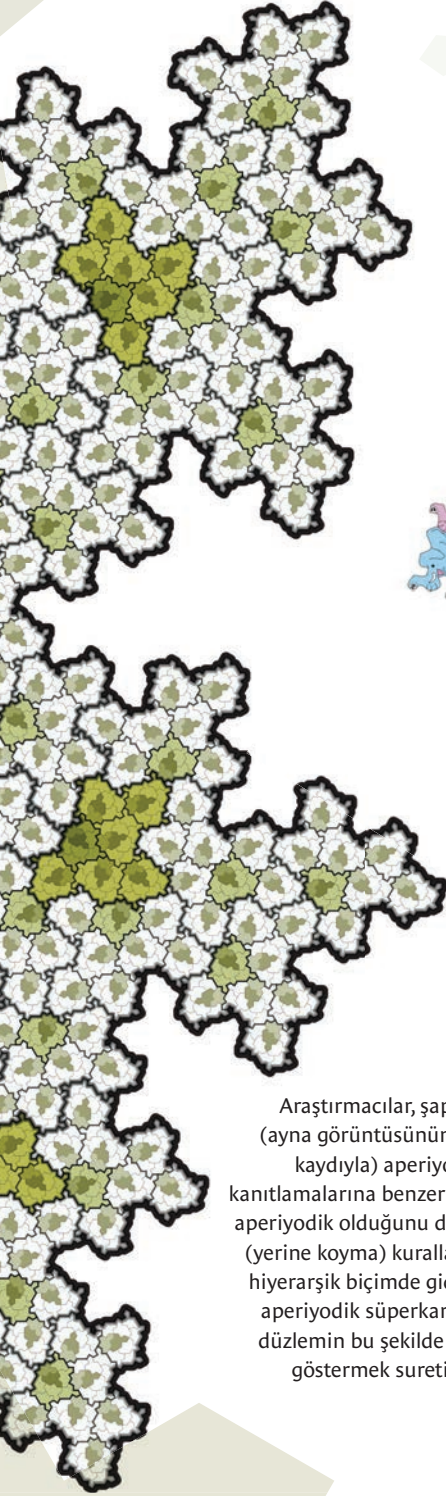
Karo (1,1) ile ilgili bu keşiften sonra araştırma ekibi işi daha da ilerletti. Araştırmacılar Karo (1,1) üzerinde, düz kenarların yerine eğriler yerleştirmek gibi basit bir değişiklik yaparak "güçlü" ya da başka bir deyişle "mutlak biçimde kiral aperiyojik tek-karo"lardan oluşan bir karolar ailesi oluşturdu. Kıvrımlı kenarlarından dolayı "hayaletler" adını verdikleri bu tek-karolar sadece aperiyojik kaplamalara izin verdiği gibi ayna görüntüsünün kullanılmasına imkân vermiyor. Kaplan'ın tarifıyla, solak bir hayaletle onun ayna görüntüsü olan sağlak hayalet birbiriyle boşluksuz olarak bitişirilemiyor.

Şapka karosu kullanılarak ancak karonun ayna görüntüsüne de yer verilirse aperiyojik kaplamalar yapılabiliyordu. Bu da aslında ekibin mart ayında duyurduğu aperiyojik karo keşfindeki bir kusur sayılabilirdi. Çünkü şapka

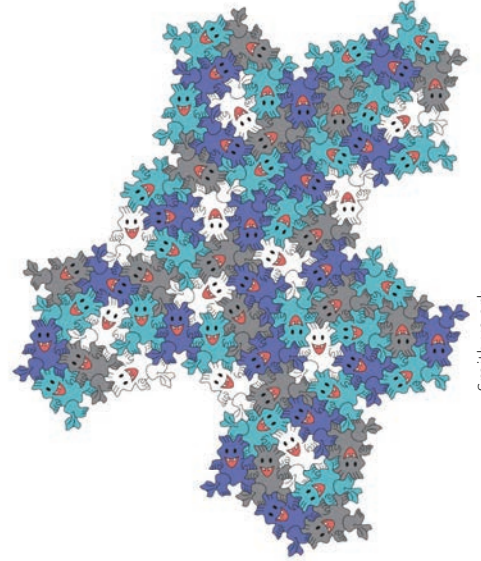
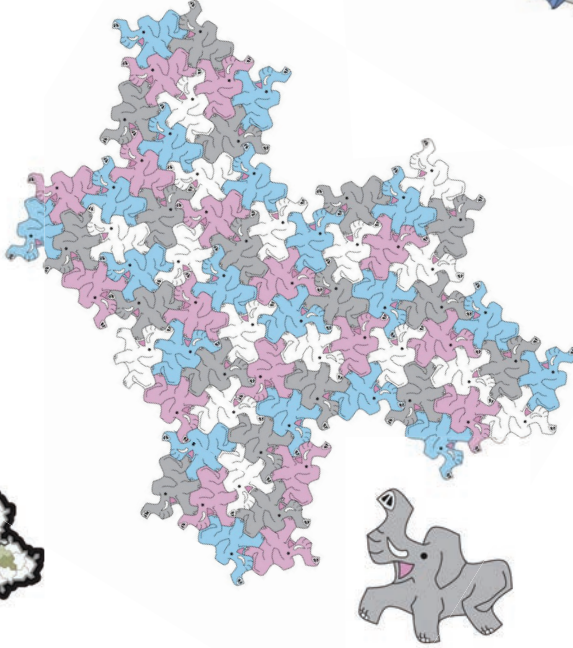
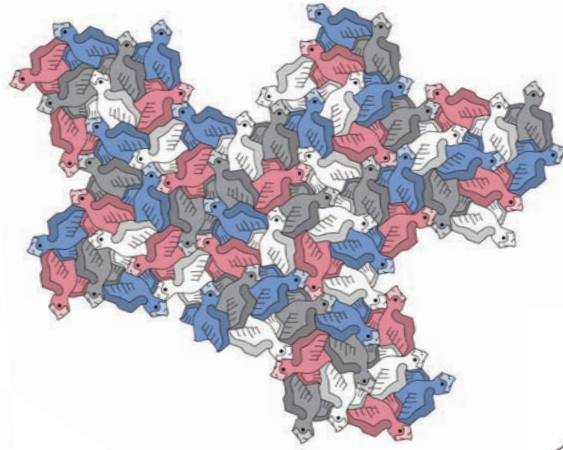
karosu gibi bir şeklin ayna görüntüsü, tam olarak şeklin kendisi değildir. Dolayısıyla şapka karosu tam anlamıyla bir tek-karo sayılmayabilir de. Matematikçi Robert Berger bu hususu fiziksel bir analogiye aktararak şöyle açıklıyor: Şekli matematiksel bir soyutlama yerine bir yüzü sırlanmış bir seramik olarak hayal ettiğimizde şapkanın düzlemi aperiyojik olarak kaplaması mümkün olmuyor,

çünkü bir seramiği ters çevirip sırlanmamış yüzü üste gelecek biçimde döşeyemezsiniz. Berger, aperiyojik karo arayışının sürdüğü 1960'larda düzlemi aperiyojik olarak kaplayabilen 20.426 karoluk bir küme tanımlamıştı. ■





Araştırmacılar, şapka karesunun (ayna görüntüsünün de kullanılması kaydıyla) aperiodyk oluşunu kanıtlamalarına benzer şekilde hayaletlerin aperiodyk olduğunu da yine belirli ikame (yerine koyma) kuralları doğrultusunda hiyerarşik biçimde giderek daha büyük aperiodyk süperkarolar oluşturulup düzlemin bu şekilde kaplanabildiğini göstermek suretiyle kanıtladı.



Smith ve ark.

Yoshiaki Araki daha önce şapka karesuyla yaptıklarına benzer kaplama tasarımlarını hayalet karolarıyla da yapıyor. Tabi bu seferki kaplamalarda karonun, yukarıdaki tasarımlar için konuşursak kuşun, hayaletin ya da filin ayna görüntüsü bulunmuyor!

Kaynaklar

<https://www.newscientist.com/article/2376032-mathematicians-make-even-better-never-repeating-tile-discovery/>

<https://www.nytimes.com/2023/06/01/science/puzzles-mathematics-tiling.html>

<https://twitter.com/alytile>

<https://cs.uwaterloo.ca/~csk/spectre/>

Çelik Sezer, İ., "Amatör Bir Şekil Meraklısı Tarafından İlk "Einstein" Karosu Keşfedildi", *Bilim ve Teknik* Dergisi, Sayı 667, s. 50, Haziran 2023.